

# Modelos de turbulencia (I)

## ME6010 - Introducción a la turbulencia

Mónica Zamora Z.

DIMEC, U. Chile

October 19, 2021

## Últimas notas de turbulencia isotrópica

- Central en turbulencia de malla y teoría de Kolmogorov
- $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  es estadísticamente homogéneo si es estadísticamente invariante a cualquier traslación del sistema de coordenadas
- Si además es estadísticamente invariante a rotaciones y reflexiones, entonces es estadísticamente isotrópico
- La f.d.p. de  $\mathbf{u}$  no cambia si reemplazamos  $\mathbf{u}$  por  $\tilde{\mathbf{u}}(\tilde{\mathbf{x}}, t)$ , donde  $\tilde{\cdot}$  denota la transformación en cualquier sistema rotado y reflejado

## Algunas consecuencias

- La correlación entre puntos es simétrica

$$R_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{x}, t) = R_{ij}(-\mathbf{r}, \mathbf{x}, t)$$

# Turbulencia isotrópica

- Los componentes normales de los esfuerzos de Reynolds son iguales

$$\overline{u_1'^2} = \overline{u_2'^2} = \overline{u_3'^2} = \frac{2}{3}k$$

- Siguiendo esta idea,  $\overline{u_i' u_j'}$  se suele descomponer en una parte isotrópica y otra anisotrópica:

$$a_{ij} = \overline{u_i' u_j'} - \frac{2}{3}k\delta_{ij}$$

- Tensor normalizado anisotrópico

$$b_{ij} = \frac{a_{ij}}{2k} = \frac{\overline{u_i' u_j'}}{\overline{u_1' u_1'}} - \frac{1}{3}\delta_{ij}$$

- Equivalentemente

$$\overline{u_i' u_j'} = \frac{2}{3}k\delta_{ij} + a_{ij} = 2k \left( \frac{1}{3}\delta_{ij} + b_{ij} \right)$$

# Turbulencia isotrópica

- El tensor de cuarto orden  $\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_k}{\partial x_l}}$  es isotrópico (e igual a  $\alpha\delta_{ij}\delta_{kl} + \beta\delta_{ik}\delta_{jl} + \gamma\delta_{il}\delta_{jk}$ )
- Por lo tanto, se puede probar que

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \Rightarrow 3\alpha + \beta + \gamma = 0$$

- El supuesto de homogeneidad también aporta información

$$\alpha + \beta + 3\gamma = 0$$

- Combinando lo anterior se establece una expresión especial para el término de disipación (lo usamos en la teoría de Kolmogorov)

$$\varepsilon = \nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}{}^2} = \frac{15}{2} \nu \beta = 15\nu \overline{\frac{\partial u'_1}{\partial x_j}{}^2}$$

Ahora sí, modelos. Hay varias maneras de clasificarlos, pero seguiremos primero al Davidson y complementaremos con el Pope

- Viscosidad de Eddy y largo de mezcla de Prandtl
- Modelo  $k - \epsilon$  desde la ec. de TKE
- Modelo de esfuerzos de Reynolds (RSM)
- DNS y LES
- Resumen y comparación

# Viscosidad de Eddy (Boussinesq)

- Boussinesq, 1870s: relación esfuerzo deformación aplicada a turbulencia

$$\tau_{xy} + \tau_{xy}^R = \rho(\nu + \nu_t) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$

donde  $\nu_t$  es la viscosidad de Eddy

- Esta idea nos permite obtener los esfuerzos de Reynolds y resolver las ecuaciones RANS
- Conceptualmente: la mezcla turbulenta actúa aumentando la viscosidad efectiva del flujo
- Pero cómo obtenemos  $\nu_t$ ?

# Viscosidad de Eddy y modelo de Prandtl

- Largo de mezcla de Prandtl: analogía a la teoría molecular de gases

$$\nu_t = l_m V_T$$

donde  $l_m$  es un largo de mezcla y  $V_T$  es una medida apropiada de  $\mathbf{u}'$

- Para un flujo con  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} > 0$ , si un elemento de fluido baja con un eddy grande desde  $y + l$  hasta  $y$ , viene con una velocidad mayor  $\bar{u}(y + l)$ , por lo que la variedad de velocidades en  $y$  es  $\bar{u} \pm l \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$  (expansión de primer orden)
- Dicho de otro modo  $|u'(y)| \sim l |\partial \bar{u} / \partial y|$
- También esperamos que la correlación  $\overline{u'v'}$  sea negativa como lo hemos visto anteriormente (partícula que sube tiene menos momentum), por lo que

$$\overline{u'v'} \sim \pm \overline{u'^2} \sim -l^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$

# Viscosidad de Eddy y modelo de Prandtl

- La última expresión

$$\overline{u'v'} \sim \pm \overline{u'^2} \sim -l^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$

es similar a la ecuación de Buossinesq

$$\tau_{xy}^R = \rho \nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$

- Finalmente, este es el modelo de largo de mezcla de Prandtl:

$$\nu_t = l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|$$

que relaciona a  $\nu_t$  y  $l_m$

# Viscosidad de Eddy y modelo de Prandtl

- Es un modelo muy simple pero funciona muy bien. Hay valores de  $l_m$  obtenidos de manera experimental para diferentes tipos de flujos
- Flujos de corte:  $l_m = c\delta$ , donde  $c$  depende del flujo (capa de mezcla, estela, jet)
- Capa límite:  $l_m = \kappa y$ , donde  $\kappa \sim 0.4$  es la constante de von Kármán
- Debilidades conceptuales: expansión lineal, transferencia total de momentum a medida que el fluido se mueve,  $\nu_t$  se hace cero al centro de un jet o estela (corregible)

- Es un modelo de viscosidad de Eddy de “1 punto”: busca modelar  $\tau_{ij}^R$  (los de 2 puntos buscan modelar  $Q_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{x}, t)$ )
- Queremos generalizar la idea del largo de mezcla de Prandtl desde la base de las ecuaciones de Boussinesq-Prandtl

$$\tau_{ij}^R = 2\rho\nu_t\bar{S}_{ij} - \frac{1}{3}\overline{u_k^2}\delta_{ij}$$

con  $\nu_t = l_m V_T$ .

- Debilidades:
  - $\nu_t$  es un escalar: flujos fuertemente anisotrópicos pueden tener problemas
  - Si  $\bar{S}_{ij} = 0$  predice isotropía pero eso tampoco es cierto siempre
  - $\tau_{ij}^R$  depende de la condición local y pierde su historia

- $V_T$  se puede relacionar con  $k^{1/2}$ , y  $l_m$  con la escala integral  $l$  (eddies grandes)
- Nos da la idea de que  $\nu_t \sim k^{1/2}l$
- Recordando que  $\varepsilon \sim u^3/l$ ,

$$\nu_t \sim k^2/\varepsilon$$

- Esto es lo que hace  $k - \varepsilon$ : modela la viscosidad de eddy

$$\nu_t = c_\mu k^2/\varepsilon$$

con  $c_\mu \sim 0.09$  (de capa límite)

- Para obtener  $k$  y  $\varepsilon$  tenemos ecuaciones de transporte. La primera viene de la ec. de TKE

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla k = -\nabla \cdot \mathbf{T} + \frac{\tau_{ij}^R}{\rho} \bar{S}_{ij} - \varepsilon$$

- Pero el término de transporte es complejo:

$$\rho T_i = \frac{1}{2} \overline{\rho u'_i u'_j u'_j} + \overline{p' u'_i} - 2\rho \overline{\nu u'_j S'_{ij}}$$

- El modelo asume que las fluctuaciones de presión y triple correlación actúan de manera difusiva (de mayor  $k$  a menor  $k$ ):

$$\mathbf{T} = -\alpha_t \nabla k$$

donde  $\alpha_t$  es una constante (desconocida) de difusividad, usualmente se toma igual a  $\nu_t$

- Dejando una ec. de advección-difusión con término fuente ( $G$ ) y sumidero ( $\varepsilon$ ). Forma general

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla k = \nabla \cdot \left( \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + G - \varepsilon$$

con  $\sigma_k$  típicamente 1

- $\varepsilon$  tiene otra ecuación de transporte que no viene de un argumento físico

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \varepsilon = \nabla \cdot \left( \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + c_1 \frac{G\varepsilon}{k} - c_2 \frac{\varepsilon^2}{k}$$

- Hay tres coeficientes que capturan el comportamiento experimental de algunos flujos turbulentos: “interpolación sofisticada”. Usualmente se toman

$$\sigma_\varepsilon = 1.3, \quad c_1 = 1.44, \quad c_2 = 1.92$$

- La ecuación para  $\varepsilon$  funciona increíblemente bien (para ser un invento): parece que igual tiene algo de sentido físico (Pope)
- El tiempo característico de un eddy grande es  $l/u \sim k/\varepsilon$ , así que la vorticidad característica es  $\omega \sim \varepsilon/k$
- Para un flujo de corte  $\bar{u}(y)$  con  $S = \partial\bar{u}/\partial y = cte$  el flujo medio debería eventualmente dominar la vorticidad de los eddies grandes:  $\omega \sim S$
- Una ecuación que describe este proceso sería

$$\frac{d\omega}{dt} = a^2[(S/\lambda)^2 - \omega^2]$$

- Ocurre que las ecuaciones  $k - \varepsilon$  se pueden reordenar para obtener

$$\frac{d\omega}{dt} = (c_1 - 1)c_\mu S^2 - (c_2 - 1)\omega^2]$$

que es la misma forma, es decir que efectivamente capturan ese efecto para  $c_1 > 1$ ,  $c_2 > 1$

# Verificaciones del modelo: turbulencia de malla

- Caso turbulencia de malla: decaimiento de flujo homogéneo e isotrópico,  $\bar{\mathbf{u}} = 0$
- $k - \varepsilon$  se simplifica a

$$\frac{dk}{dt} = -\varepsilon$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -c_2 \frac{\varepsilon^2}{k}$$

$$\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2}$$

- Integrando, da  $k = k_0(1 + t/\tau)^{-n}$ , con  $n = 1/(c_2 - 1) = 1.09$ , y la escala de tiempo inicial  $\tau = nk_0/\varepsilon_0$
- Experimentalmente, este decaimiento es más rápido ( $n$  entre 1.1 y 1.4)
- Cuando  $\bar{\mathbf{u}} = 0$ ,  $k - \varepsilon$  no logra distinguir entre flujos isotrópicos o anisotrópicos (que se pueden dar con una malla diferente)

# Verificaciones del modelo: capa límite

- Caso capa límite, región de ley logarítmica. Sabemos que  $\tau_{xy}^R = \tau_w = \rho V_*^2$ , y que  $k$  es constante en esta región
- $k - \varepsilon$  se simplifica a

$$G = \varepsilon$$
$$\nu_t = \frac{V_*^2}{V_*/\kappa y} = \frac{c_\mu k^2}{V_*^3/\kappa y}$$

- Implica que  $c_\mu = (k/V_*^2)^{-2} \sim 0.09$
- Combinándolas, da  $\sigma_\varepsilon c_\mu^{1/2} (c_2 - c_1) = \kappa^2$ , con lo que se puede regular  $\sigma_\varepsilon$  en base a  $c_1$  y  $c_2$

# Verificaciones del modelo: flujo de corte

- Caso flujo de corte homogéneo  $u(y) = Sy$
- $k - \varepsilon$  predice solución asintótica autosimilar en función de las constantes

$$S/\omega = kS/\varepsilon = 4.8 \text{ (vs 6.3)}$$

$$\tau_{xy}^R/\rho k = 0.43 \text{ (vs 0.28)}$$

$$G/\varepsilon = 2.1 \text{ (vs 1.7)}$$

- Sobreestima  $G/\varepsilon$  pero describe una solución autosimilar
- Errores en rangos admisibles para usos de ingeniería, aunque pueden fallar en geometrías o configuraciones especiales. Hay tratamientos especiales cerca de la pared

# Modelos de turbulencia (II)

## ME6010 - Introducción a la turbulencia

Mónica Zamora Z.

DIMEC, U. Chile

October 22, 2021

- Viscosidad de Eddy (versión general)

$$\tau_{ij}^R = 2\rho\nu_t\bar{S}_{ij} - \frac{1}{3}\overline{u_k'^2}\delta_{ij}$$

con  $\nu_t = l_m V_T$ . También se le conoce como viscosidad de remolinos

- El modelo  $k - \varepsilon$  toma  $\nu_t = c_\mu k^2/\varepsilon$  y agrega 2 ecuaciones de transporte (advección-difusión) para  $k$  y  $\varepsilon$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla k = \nabla \cdot \left( \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + G - \varepsilon$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla)\varepsilon = \nabla \cdot \left( \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + c_1 \frac{G\varepsilon}{k} - c_2 \frac{\varepsilon^2}{k}$$

- Constantes son elegidas para representar bien algunos flujos canónicos
- Subestima el decaimiento en turbulencia de malla (1.09 en vez de 1.1-1.4)
- No logra distinguir entre flujo isotrópico o anisotrópico cuando el flujo medio es cero
- $c_\mu$  se despeja en capa límite (región logarítmica)
- Se logra un comportamiento autosimilar en flujo de corte homogéneo, aunque se sobreestiman  $G/\varepsilon$  y  $\tau_{ij}^R/k$

# Modelos de viscosidad de Eddy

- Mencionamos que  $k - \omega$  es similar. Notar que aquí  $\omega$  no es vorticidad!
- Es la disipación específica. Usualmente  $\omega = c\varepsilon/k$ . Tiene unidades de  $1/\text{tiempo}$ , por lo que la viscosidad de Eddy se escala como  $\nu_t \sim k/\omega$
- Otro modelo famoso: Spalart-Almaras, tiene solo 1 ecuación extra para la evolución de  $\nu_t$ . No es sencillo de comprender pero sí de implementar, y fue diseñado para aerodinámica, donde funciona bien. No predice el decaimiento de  $\nu_t$  en turbulencia isotrópica y sobreestima el crecimiento de un jet plano en un 40%
- Hay muy buenos recursos online para ver detalles de diferentes modelos:
  - CFD online
  - NASA Langley
  - Papers originales de cada modelo
  - Tarea 6: descripción comparativa

# Modelo de esfuerzos de Reynolds

- También es un modelo de 1 punto, pero más complejo que  $k - \varepsilon$
- Motivación: describir anisotropía y efectos de memoria en el flujo
- No trabaja con la ecuación de Boussinesq, en cambio tiene un sistema de ecuaciones para  $\overline{u_i}$  (RANS),  $\tau_{ij}^R$ , y  $\varepsilon$
- La ecuación para  $\varepsilon$  es similar a la de  $k - \varepsilon$ , con una difusividad anisotrópica
- La ecuación para  $\tau_{ij}^R$  viene de la de  $\overline{u'_i u'_j}$ : no es un modelo de viscosidad de Eddy!

$$\frac{\partial \tau_{ij}^R}{\partial t} + (\overline{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \tau_{ij}^R = -2\overline{p' S'_{ij}} - \left( \tau_{ij}^R \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \tau_{jk}^R \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \right) + \rho \varepsilon_{ij} + \frac{\partial H_{ijk}}{\partial x_k}$$

$$\text{con } \varepsilon_{ij} = 2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} \text{ y } H_{ijk} = \rho \overline{u'_i u'_j u'_k} + \nu \frac{\partial \tau_{ij}^R}{\partial x_k} + \delta_{ik} \overline{p' u'_j} + \delta_{jk} \overline{p' u'_i}$$

# Modelo de esfuerzos de Reynolds

- Ecuación con múltiples covarianzas... cómo la simplifican?
- Pequeñas escalas contribuyen más a  $\varepsilon_{ij}$ , *son isotrópicas*

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3}\varepsilon\delta_{ij}$$

- Término viscoso en  $H_{ijk}$  es despreciable, quedando

$$H_{ijk} = \rho\overline{u'_i u'_j u'_k} + \delta_{ik}\overline{p' u'_j} + \delta_{jk}\overline{p' u'_i}$$

- Usualmente se modela como transporte difusivo (similar a  $\mathbf{T}$  en  $k - \varepsilon$ ), con una difusividad anisotrópica  $\alpha_{ij}$
- Queda algo más por modelar? Sí

# Modelo de esfuerzos de Reynolds

- El término de presión deformación

$$\frac{\partial \tau_{ij}^R}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \tau_{ij}^R = -2\overline{p'S'_{ij}} - \left( \tau_{ij}^R \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + \tau_{jk}^R \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right) + \rho \varepsilon_{ij} + \frac{\partial H_{ijk}}{\partial x_k}$$

- En el RSM más sencillo:

$$2\overline{p'S'_{ij}} = -\rho c_R \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) + \dots = -\rho c_R \varepsilon b_{ij} + \dots$$

con la constante de Rotta  $c_R = 1.8$

- Este es el componente más debatido. Ahondemos un poco en ese debate (conceptualmente)

# Modelo de esfuerzos de Reynolds

- Sabemos que las fluctuaciones de presión  $p'$  son no locales (Biot-Savart) pero el modelo no lo considera (solo usa información local)
- De dónde viene el modelo entonces?
- En turbulencia isotrópica  $b_{ij} = 0$ ,  $\overline{p'S'_{ij}} = 0$
- Continuidad  $\Rightarrow \overline{p'S'_{ii}} = 0$
- Idea: pensar que  $\overline{p'S'_{ij}} = 0$  redistribuye las varianzas  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{w'^2}$  para volver a un estado isotrópico
- De hecho, la ec. para  $\tau_{ij}^R$  en turb. homogénea con  $\bar{\mathbf{u}} = 0$ , da

$$\frac{db_{ij}}{dt} = \frac{\varepsilon}{k} \left( b_{ij} + \frac{\overline{p'S'_{ij}}}{\rho\varepsilon} \right)$$

si  $\overline{p'S'_{ij}} = 0$ ,  $b_{ij}$  se dispara, así que efectivamente reestablece la isotropía

# Modelo de esfuerzos de Reynolds

- Con  $\overline{p'S'_{ij}} = -\rho c_R \varepsilon b_{ij}$ , queda

$$\frac{db_{ij}}{dt} = -\frac{\varepsilon}{k}(c_R - 1)b_{ij}$$

- Como  $c_R - 1 < 1$ ,  $b_{ij}$  decae con este modelo, lo que es razonable en algunos casos (*return to isotropy*)
- Sin embargo, la anisotropía persiste en otros casos, por lo que no es siempre suficiente: otros términos
- Expandiendo  $p'(\mathbf{x})$  desde  $p(\mathbf{x}) = \frac{\rho}{4\pi} \int \frac{(\nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}))''}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}''|} d\mathbf{x}''$

$$\overline{p'S'_{ij}}(\mathbf{x}) = \underbrace{\frac{\rho}{2\pi} \int \frac{\overline{\partial^2(u'_n u'_m)''}}{\partial x''_n \partial x''_n} S'_{ij}(\mathbf{x}) \frac{d\mathbf{x}''}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}''|}}_{\text{término lento}} + \underbrace{\frac{\rho}{\pi} \frac{\partial \overline{u_n}}{\partial x_m} \int \frac{\overline{\partial^2(\overline{u_n} u'_m)''}}{\partial x''_n \partial x''_m} S'_{ij}(\mathbf{x}) \frac{d\mathbf{x}''}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}''|}}_{\text{término rápido}}$$

# Modelo de esfuerzos de Reynolds

- El término lento ya lo vimos (decaimiento de la anisotropía)
- El término rápido se asume que es lineal con  $\overline{u'_i u'_j}$ , llegando a algo del estilo

$$2\overline{\rho' S'_{ij}} = \underbrace{-2\rho c_R \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right)}_{\text{término lento}} - \underbrace{\rho \hat{c}_R \left( P_{ij} - \frac{2}{3} G \delta_{ij} \right)}_{\text{término rápido}}$$

con  $\rho P_{ij} = \tau_{ik}^R \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \tau_{jk}^R \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k}$  y  $G = P_{ii}/2$

- Hay modelos más complejos para este término, y es una discusión bien profunda y compleja. Hay mejoras que añaden más términos, en particular para mejorar el comportamiento anisotrópico cerca de paredes

- Ecuaciones: RANS,  $\tau_{ij}^R$ , y  $\varepsilon$
- No es un modelo de viscosidad de Eddy!

$$\frac{\partial \tau_{ij}^R}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \tau_{ij}^R = -2\overline{p'S'_{ij}} - \left( \tau_{ij}^R \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + \tau_{jk}^R \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right) + \rho \varepsilon_{ij} + \frac{\partial H_{ijk}}{\partial x_k}$$

$$\text{con } \varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij}, \quad H_{ijk} = 0.22 \alpha_{kl} \frac{\partial \tau_{ij}^R}{\partial x_l}, \quad \alpha_{kl} = \overline{u'_k u'_l} \frac{k}{\varepsilon},$$

$$2\overline{p'S'_{ij}} = -2\rho c_{R} \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) - \rho \hat{c}_R \left( P_{ij} - \frac{2}{3} G \delta_{ij} \right)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla) \varepsilon = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( 0.15 \alpha_{ij} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + c_1 \frac{G \varepsilon}{k} - c_2 \frac{\varepsilon^2}{k}$$

- Mejor que un modelo de viscosidad de Eddy: puede capturar anisotropía mejor (aunque no siempre perfectamente: depende de cómo se modela el término de presión-deformación)
- Contiene más ecuaciones (6 para  $\tau_{ij}^R$ ): mayor gasto computacional
- Hay algo *mejor* que RSM?

- DNS: Direct Numerical Solution. Resolución directa de Navier Stokes en todas las escalas de importancia en un flujo
- LES: Large Eddy Simulation. Resolución directa de Navier Stokes **solo** en las escalas grandes. Requerimos de modelos para representar adecuadamente la disipación en las escalas pequeñas (*subgrid models*)
- Costo computacional de DNS  $>$  LES  $>$  modelos RANS (RSM,  $k - \epsilon$ )
- Es DNS perfecto? No, siempre hay errores al implementar el modelo o numéricos
- (Pregunta aparte: Son N-S correctas? Algunos dicen que no)
- Es bastante común el uso de métodos espectrales o pseudo espectrales (plantear N-S en el espacio de Fourier) para una implementación numérica más eficiente. Como mencionamos, eso nos obliga a tener un espacio periódico

# DNS y el mundo espectral

- En un cubo periódico de lado  $L$ , nuestra resolución espectral tiene relación con la espacial menor número de onda es  $\kappa_0 = 2\pi/L$ , y hay  $N^3$  números de onda

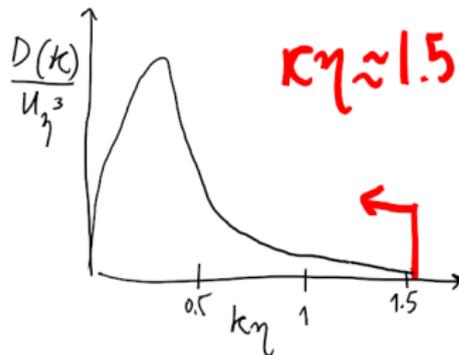
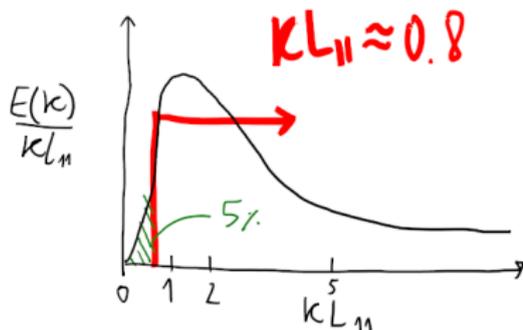
$$\vec{\kappa} = \kappa_0 \mathbf{n} = \kappa_0 (n_1 \mathbf{e}_1 + n_2 \mathbf{e}_2 + n_3 \mathbf{e}_3)$$

donde  $n_i$  va de  $-N/2 + 1$  a  $N/2$

- El mayor número de onda es  $\kappa_{max} = N\kappa_0/2 = \pi N/L$
- En el espacio real,  $\Delta x = L/N = \pi/\kappa_{max}$
- El término no lineal es complicado en su versión espectral. Se suele ir al espacio real para calcularlo y luego volver al espacio espectral
- Transformada de Fourier: métodos numéricos optimizados (FFTW: the Fastest Fourier Transform of the West)
- Errores de aliasing: no poder representar todos los números de onda posibles al tener un  $N$  finito, se pueden tratar

# DNS y su costo

- Reproducir todas las escalas:  $L$ ,  $\Delta x$  y  $\Delta t$  deben ser apropiados
- Escalas grandes:  $L = 8L_{11}$  en turb. isotrópica:  $\kappa_0 L_{11} = \pi/4 \approx 0.8$
- Check: el peak de energía es en  $\kappa L_{11} = 1.3$ , la energía contenida a menores escalas que  $\kappa_0 L_{11} \approx 0.8$  es un 5%
- Escalas pequeñas:  $\kappa_{max} \eta \leq 1.5$ , representa bien el espectro disipativo. Espacio real:  $\Delta x / \eta = \pi / 1.5 \approx 2.1$



- Todas las escalas

$$N = 2 \frac{\kappa_{max}}{\kappa_0} = 2 \frac{\kappa_{max} \eta}{\kappa_0 L_{11}} \frac{L}{L_{11}} \frac{L}{\eta}$$

- Del espectro modelo,  $L_{11}/L \rightarrow 0.43$ , y reemplazando queda

$$N \sim 1.6(L/\eta) = 1.6 Re_L^{3/4}$$

- Luego el número total de modos  $N^3 \sim 4.4 Re_L^{9/4}$
- Qué  $\Delta t$  usamos? Condición típica CFL=1/20 (número de Courant-Friedrich-Levy)

$$C = \frac{u \Delta t}{\Delta x} = \frac{k^{1/2} \Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{20}$$

restricción viene dada por temas de estabilidad numérica

- Por cuánto tiempo simulamos? 4 veces la escala de tiempo  $\tau = k/\varepsilon$

$$M = \frac{4\tau}{\Delta t} = 80 \frac{L}{\Delta x} = \frac{120L}{\pi\eta} \sim 38.2 Re^{3/4}$$

- Costo total  $\sim N^3 M \sim 160 Re_L^3$
- Cómo se traduce esto en tiempo? Depende del computador y de la implementación. Algunos estimados:
- Pope para un PC de 1 Gflop,  $L/L_{11} = 8$ , y  $T = 4\tau$ :  $Re=1500$  toma 13 días,  $Re=24000$  toma 90 años
- Davidson para un PC de 1 Tflop,  $L/L_{11} = 10$ , y  $T = 10\tau$ :  $Re=1000$  toma 2 h,  $Re=50000$  toma 24 años
- Los supercomputadores en el NLHPC tienen varios TFlops (ver)

- Para qué lo usamos entonces si es tan costoso y restringido a problemas periódicos?
- Datos valiosos para mejorar otros modelos de turbulencia
- Mejorar nuestra comprensión de fenómenos difíciles de observar experimentalmente, o derechamente teóricos
- Identificar estructuras y comprender su dinámica (también desarrollar mejores métodos de identificación)
- Periodicidad puede ser en menos direcciones (pseudo espectral), o también sin uso de métodos espectrales y resolver directamente en el espacio real (aunque es más lento): uso en flujo de canal o capa límite
- **No hay artículos en wikipedia(es) sobre muchos temas de turbulencia (si alguien se motiva a al menos traducir la wiki(en), pueden ser puntos recuperativos)**

- A mitad de camino entre modelos y DNS
- Los fenómenos de las escalas pequeñas se modelan, esto funciona bien porque la cascada lleva información en esa dirección (si fuera al revés no sería existoso)
- En DNS gran parte de los modos usados se abocan a las escalas pequeñas ( $> 99\%$ , Davidson)
- Para muchas aplicaciones donde las escalas grandes dominan el transporte turbulento, LES es más atractivo: ingeniería y meteorología
- Se dice que LES resuelve una versión “filtrada” de N-S: esto es una *interpretación matemática* de no contar con una malla lo suficientemente fina, las ecuaciones implementadas en la práctica son las mismas que en DNS

- Lo que se interpreta es que la velocidad obtenida en LES  $\bar{\mathbf{u}}^f$  es una versión filtrada de la verdadera velocidad del fluido

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}}^f + \mathbf{u}'$$

donde  $\mathbf{u}'$  es la velocidad residual

- No es una descomposición de Reynolds pues  $\overline{\bar{\mathbf{u}}^f} \neq \bar{\mathbf{u}}^f$  y  $\overline{\mathbf{u}'} \neq 0$
- Esto es porque hemos despreciado las escalas pequeñas
- Si introducimos esta partición a N-S llegamos a algo casi idéntico a RANS pero en vez de esfuerzos de Reynolds, tenemos esfuerzos residuales ( $\tau_{ij}^{Rf}$ )
- Cómo los modelamos? Viscosidad de Eddy residual ( $\nu_R$ )

$$\tau_{ij}^{Rf} = 2\rho\nu_R\overline{S_{ij}} + \frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk}^{Rf}$$

# LES y modelo de Smagorinsky

- Lo que nos falta:  $\nu_R \sim Lv_L$ , donde  $v_L^2$  es la energía cinética de eddies de tamaño  $L$ : los más grandes que quedaron sin resolver
- Modelo de Smagorinsky:

$$\nu_R = C_S^2 L^2 (2\overline{S_{ij}^2})^{1/2}$$

con el coef. de Smagorinsky  $C_S \sim 0.1$

- Funciona bien con flujos de corte y turb. isotrópica, pero es muy disipativo cerca de paredes
- Existen muchas mejoras para pared, aunque este es el principal problema que puede tener en algunas aplicaciones
- Hay esquemas híbridos con un modelo de viscosidad de Eddy en la zona de pared (ej: *Detached-Eddy Simulation* DES)
- Otra es el modelo dinámico:  $C_S(\mathbf{x}, t)$  varía con el estado local del flujo
- Es uno de muchos *subgrid models*

# Modelos de turbulencia (III)

## ME6010 - Introducción a la turbulencia

Mónica Zamora Z.

DIMEC, U. Chile

October 27, 2021

- Modelo de esfuerzos de Reynolds (RSM)
- No es un modelo de viscosidad de Eddy!: Ec. para  $\tau_{ij}^R$ ,  $\bar{u}_i$  y  $\varepsilon$
- Controversia en el término de presión-deformación
  
- DNS: resolución directa de N-S en todas las escalas
- Costo computacional muy alto  $\sim Re^3$
  
- LES: resolución directa de N-S **solo** en las escalas grandes
- Requiere **subgrid models** para las escalas pequeñas: ej: Smagorinsky

## Periodicidad

- Afecta el desarrollo del movimiento a grandes escalas, se pierde información de correlación espacial a escalas mayores que  $L$
- En términos matemáticos,  $f(r)$  ahora también es periódica, lo que choca con las formulaciones matemáticas (Ec. Kármán-Howarth)

- RANS - Viscosidad de Eddy: 1 o más ecuaciones (Spalart-Almaras,  $k - \varepsilon$ ,  $k - \omega$  ...)
- RANS - Modelo de esfuerzos de Reynolds (RSM)
- LES
- LES + Viscosidad de Eddy (ej: DES) para mejorar el tratamiento de pared
- DNS
- Hay otros?

## Otros: 1/2-point correlations

- Modelos de 1 punto ( $\tau_{ij}^R$ ): Viscosidad de Eddy, RSM
- Modelos de 2 puntos ( $Q_{ij}, S_{ijk}$ )

$$Q_{ij} = \langle u_i(\mathbf{x}) u_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle$$

$$S_{ijk} = \langle u_i(\mathbf{x}) u_j(\mathbf{x}) u_k(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle$$

- Usados en física y matemática, no mucho en ingeniería
- Restringidos a turbulencia homogénea
- Modelo simple por Obhukov (49), restringido al rango de equilibrio
- Modelo Quasi-Normal (QN) y sus sucesores con mejoras: EDQN y EDQNM (Eddy Damped Quasi-Normal / Markovian). Asume una pdf cuasi normal, de ahí el nombre base. Ésta genera una componente negativa en el espectro, por lo que fueron añadidos términos de *damping*
- Es necesario ahondar en teoría de turbulencia isotrópica para entenderlos a cabalidad



Article

## Direct Numerical Simulation of Turbulent Channel Flow on High-Performance GPU Computing System

Giancarlo Alfonsi <sup>\*</sup>, Stefania A. Ciliberti <sup>†,‡</sup>, Marco Mancini <sup>†,‡</sup> and Leonardo Primavera <sup>‡</sup>

Fluid Dynamics Laboratory, Università della Calabria, Via P. Bucci 42b, 87036 Rende (Cosenza), Italy; stefania.ciliberti@cmcc.it (S.A.C.); marco.mancini@cmcc.it (M.M.); lprimavera@fis.unical.it (L.P.)

<sup>\*</sup> Correspondence: giancarlo.alfonsi@unical.it; Tel.: +39-0984-49-6571; Fax: +39-0984-49-6578

<sup>†</sup> Current address: Euro-Mediterranean Centre on Climate Change, Via A. Imperatore 16, 73100 Lecce, Italy.

<sup>‡</sup> These authors contributed equally to the work.

Academic Editors: Markus Kraft and Ali Cemal Benim

Received: 26 November 2015; Accepted: 9 February 2016; Published: 26 February 2016

- DNS de flujo de canal turbulento usando GPUs
- Tiene una buena revisión bibliográfica de DNS de flujo de canal, menciona detalles del tipo de implementación: fractional-step, integración temporal con RK, y métodos: espectrales, diferencias finitas, o mixtos, y CB periódicas en  $x$ ,  $z$
- Les interesa ahondar en las estructuras generadas en la pared
- Métodos numéricos
  - N-S y  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$  en forma adimensional se traspa a un espacio espectral (solo con  $x$ ,  $z$ ), las derivadas espaciales  $\partial/\partial y$  se mantienen
  - Tratamiento de aliasing con regla  $3n/2$
  - Malla refinada en  $y$  con  $f(\tanh)$
  - Estrategia con RK y fractional-step: Avanzar integrando  $\hat{u}_i$  y luego corregir la presión  $\hat{p}$  (Ec. Poisson)
- $N \sim 11 - 118 \times 10^6$

---

# Large Eddy Simulation of Turbulent Channel Flow — ILLIAC IV Calculation

---

John Kim and Parviz Moin

---

(NASA-TM-78619) LARGE EDDY SIMULATION OF  
TURBULENT CHANNEL FLOW: ILLIAC 4  
CALCULATION (NASA, 21 p HC A02/MF A01

N79-32152

CSSL 02A

Unclas

G3/01

35826

September 1979

# Caminata bibliográfica

- LES de flujo de canal turbulento de 1979
- Computador ILLIAC IV, el primero con paralelización masiva
- Dice que LES es *relativamente nuevo*, y que la primera aplicación fue hecha por Deardoff
- Detalles de LES son los mismos que hemos revisado: uso del filtro, ecs. adimensionalizadas por  $\delta$  y  $u_\tau$
- Modelan  $\tau_{ij}$  (residuales) con un modelo de viscosidad de Eddy (residual), la que se obtiene con el modelo de Smagorinsky. El largo  $l$  se multiplica por un término de *damping* para disminuir la excesiva disipación cerca de la pared
- Malla no uniforme con tanh, BC periódicas en  $x$ ,  $z$ : pseudo-espectral con N-S con  $\kappa_1$  y  $\kappa_3$ , integración temporal semi-implícita: AB y CN
- Habla de que la implementación algebraica permite armar una matriz que es block-tridiagonal (fácil de resolver y la gran ventaja de usar métodos espectrales)
- $N \sim 262,144(64^3)$

*J. Fluid Mech.* (1997), vol. 339, pp. 357–390. Printed in the United Kingdom  
© 1997 Cambridge University Press

357

## Large-eddy simulation of the turbulent mixing layer

By **BERT VREMAN, BERNARD GEURTS**  
AND **HANS KUERTEN**

Department of Applied Mathematics, University of Twente, PO Box 217, 7500 AE Enschede,  
The Netherlands  
e-mail: [vreman@math.utwente.nl](mailto:vreman@math.utwente.nl)

(Received 23 November 1995 and in revised form 23 January 1997)

- LES de una capa de mezcla turbulenta
- Es flujo compresible con  $Ma = 0.2$ , pero eventualmente se considera que en la práctica no es diferente que uno compresible
- Compara 6 *subgrid models*:
  - Smagorinsky: lo conocemos, usan  $C_s = 0.17$
  - Similaridad: lo que pasa en las escalas grandes es parecido a lo que debería pasar en las pequeñas
  - Gradiente:  $\tau_{ij}$  se estima con gradientes (de expansión Taylor)
  - V. Eddy dinámica: Parecido a Smagorinsky pero en vez de  $C_s$  se usa un  $C_d$  que es recalculado dinámicamente en base al flujo local. Trabajos de Germano y Lilly son clave
  - Dinámico mixto: Suma términos de V. Eddy dinámica y de similaridad
  - Dinámico de Clark: Suma términos de V. Eddy dinámica y de gradiente
- Mejores resultados con modelos dinámicos. Smagorinsky es muy disipativo mientras similaridad y gradiente son poco disipativos

## Dynamic wall modeling for large-eddy simulation of complex turbulent flows

Meng Wang<sup>a)</sup> and Parviz Moin

*Center for Turbulence Research, NASA Ames Research Center/Stanford University, MS 19-44,  
Moffett Field, California 94035*

(Received 30 January 2001; accepted 18 March 2002; published 17 May 2002)

- LES en la parte posterior de un perfil de ala de avión (*trailing edge*) asimétrico
- LES + modelo de V. Eddy-largo de mezcla para mejorar tratamiento cerca de la pared
- La motivación es bajar el costo computacional de la simulación (tienen otro paper con la simulación LES a una mayor resolución)
- Aproximan las velocidades cerca de la pared usando  $\tau_{wi}$  con modelos de pared que incluyen una viscosidad de Eddy
- La V. Eddy se obtiene con un largo de mezcla e incluyendo un término para *damping* (igual que Kim y Moin en el 79)

## COMMENTS ON THE FEASIBILITY OF LES FOR WINGS, AND ON A HYBRID RANS/LES APPROACH

P. R. Spalart\*

W-H. Jou\*

M. Strelets†

S. R. Allmaras\*

- Detached-Eddy Simulation (DES) es un tipo de LES + V. Eddy que ha sido liderado por Spalart. Este es el primer paper (de conferencia) donde se describió la idea
- Spalart viene del mundo aerodinámico (trabaja en Boeing), así que también es esa la aplicación: LES para un ala de avión
- Usa RANS en la capa límite y separación y luego Smagorinsky después de la separación
- Habla de conceptos interesantes: quasi DNS (QDNS) cuando LES se refina mucho cerca de la pared, very-LES (VLES) cuando son simulaciones transientes
- Detached-Eddy: Eddys pegados a la pared serán modelados (RANS), eddys despegados (por separación) serán resueltos (LES)
- Adapta el modelo Spalart-Allmaras para que sea un subgrid model, con un largo  $d$  corregido con un coeficiente  $C_{DES}$

# Flujos no canónicos (I)

## ME6010 - Introducción a la turbulencia

Mónica Zamora Z.

DIMEC, U. Chile

October 29, 2021

# Lo que quiero decir con no canónico

- Campos: geofísica, astrofísica, ingeniería
- Otras fuerzas / físicas, otras geometrías, complejidades adicionales
  - Calor: temperatura y estratificación
  - Rotación / Coriolis
  - Estratificación
  - Campos magnéticos

# Transferencia de calor turbulenta en paredes

- Pensemos en flujo de canal y capa límite con transferencia de calor
- El calor se transporta (difusión turbulenta) de dos modos
- Lejos de la pared: advección de eddies grandes
- Cerca de la pared: conducción molecular y eddies pequeños
- Veamos algunas cosas más en detalle: Ec adv-dif de calor

$$\frac{DT}{Dt} = \alpha \nabla^2 T, \text{ con } T = \bar{T} + T'$$

O bien

$$\frac{D}{Dt} \rho c_p T = -\nabla \cdot \mathbf{q}, \text{ con } \mathbf{q} = -k_c \nabla T$$

$$\frac{D}{Dt} \rho c_p T = -\nabla \cdot \left( \underbrace{-k_c \nabla \bar{T}}_{\text{conducción molecular}} + \underbrace{\rho c_p \overline{T' \mathbf{u}'}}_{\text{mezcla turbulenta}} \right) = -\nabla \cdot \underbrace{\mathbf{q}_T}_{\text{flujo de calor turbulento}}$$

# Mezcla turbulenta de calor

- El término  $\overline{T'u'}$  es análogo a  $\tau_{ij}^R$  y necesita un modelo
- Gradiente difusivo:

$$\overline{T'u'} = -\alpha_t \nabla \overline{T}$$

donde  $\alpha_t$  es la difusividad turbulenta. De esta manera la ec. de calor queda

$$\frac{DT}{Dt} = -\nabla \cdot ((\alpha + \alpha_t) \nabla \overline{T})$$

- Caso simplificado y supuesto razonable: flujo estadísticamente estacionario e independiente de  $x, z$

$$|\mathbf{q}_T| = q_{Ty} = cte = -k_c \frac{d\overline{T}}{dy} + \rho c_p \overline{T'v'}$$

# Mezcla turbulenta de calor

- La difusión molecular es despreciable (excepto cerca de la pared), luego

$$\overline{T'v'} = cte = \frac{q_{Ty}}{\rho c_p} = -\alpha_t \frac{d\overline{T}}{dy}$$

- Entonces se puede calcular  $\overline{T}$  si tenemos  $\alpha_t(y)$ . Diversas maneras:
- Analogía de Reynolds: El transporte de calor es análogo al de momentum  $\alpha_t = \nu_t$

$$\frac{d\overline{u}/dx}{c_p \tau_{ij}^R} = -\frac{d\overline{T}/dy}{q_{Ty}}$$

- Largo de mezcla:  $\alpha_t = \sqrt{v'^2} l_m$  donde  $l_m = \kappa y$

$$\overline{T'v'} = -\sqrt{v'^2} l_m \frac{d\overline{T}}{dy}$$

# Mezcla turbulenta de calor

- La difusión molecular es despreciable (excepto cerca de la pared), luego

$$\overline{T'v'} = cte = \frac{q_{Ty}}{\rho c_p} = -\alpha_t \frac{d\overline{T}}{dy}$$

- Entonces se puede calcular  $\overline{T}$  si tenemos  $\alpha_t(y)$ . Diversas maneras:
- Analogía de Reynolds: El transporte de calor es análogo al de momentum  $\alpha_t = \nu_t$

$$\frac{d\overline{u}/dx}{c_p \tau_{ij}^R} = -\frac{d\overline{T}/dy}{q_{Ty}}$$

- Largo de mezcla:  $\alpha_t = \sqrt{v'^2} l_m$  donde  $l_m = \kappa y$

$$\overline{T'v'} = -\sqrt{v'^2} l_m \frac{d\overline{T}}{dy}, \text{ luego } q_{Ty} = \rho c_p \sqrt{v'^2} \kappa y \frac{d\overline{T}}{dy}$$

# Ley logarítmica para $T$

- En la región cerca de la pared donde  $\sqrt{v'^2} \sim V_*$ ,  $l_m = \kappa y$ ,  $\bar{u}/V_* = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + A$ , la ecuación de largo de mezcla resulta en

$$\frac{T_w - \bar{T}(y)}{T_*} = \frac{1}{\kappa_t} \ln \frac{V_* y}{\alpha} + A_T,$$

donde  $T_* = \frac{q_{Ty}}{\rho c_p V_*} = \frac{\overline{T'v'}}{V_*}$ ,  $T_w$  es la temperatura en la pared,  $\kappa_t \sim 0.48$  es una constante universal,  $A_T$  depende de  $Pr$

- La analogía de Reynolds también resulta en esta ley logarítmica, con  $\kappa_t = \kappa$ , las que no son tan diferentes
- Si bien se puede obtener de estos dos modelos, también se puede llegar a ella con argumentos dimensionales cuando  $V_* y / \alpha$  es grande y  $y/W$  es pequeño

# Ley logarítmica para $T$

- Cerca de la pared esta ley debe calzar con la conducción molecular:  
 $\Delta T = q_{Ty} / \rho c_p \alpha = T_* V_* y / \alpha$
- Esta igualdad determina  $A_T$  en la altura de intersección  $y_T = V_* y / \alpha$

$$A_T = y_T - \frac{1}{\kappa_T} \ln y_T$$

- Los valores de  $y_T$  dependen del ancho de la capa de conducción molecular, la que a su vez depende de  $Pr$ 
  - Flujos muy conductivos ( $Pr \ll 1$ ) zona de conducción se extiende hasta  $y^+ \sim 5/Pr$
  - Flujos poco conductivos ( $Pr \gg 1$ ) esta zona es pequeña pero actúa como una capa aislante (hay **más** de una propuesta)

$$y_T = \begin{cases} 5 & Pr < 1 \\ 15Pr^{2/3} & Pr \gg 1 \end{cases}, \text{ luego } A_T = \begin{cases} 1.6 & Pr < 1 \\ 15Pr^{2/3} & Pr \gg 1 \end{cases}$$

# Dependencia de $A_T$ con $Pr$

## Casos particulares

- Gases comunes a temperatura ambiente ( $Pr \sim 0.7$ ):  $A_T \sim 4.6$  y la ley log. es muy similar a la de velocidad ( $A \sim 5.5$ )
- Fluidos que son malos conductores ( $Pr$  alto):  $A_T \sim Pr^{2/3} \Rightarrow \Delta T$  será grande, debido que la capa conductora actúa como un “aislante”
- Fluidos que son buenos conductores:  $A_T$  no depende de  $\nu$  ( $Pr = \nu/\alpha$ ), pues conducción domina
- En capa límite turbulenta, la transferencia de calor se caracteriza con el número de Stanton y el coeficiente de fricción

$$St = \frac{q_T}{\rho c_p u_\infty \Delta T}, \quad c_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho u_\infty^2} = \frac{2V_*^2}{u_\infty^2}$$

- La ley log. se puede reescribir como  $f(St, c_f)$ , lo que es útil para cálculos

- “Aire caliente sube”: *buoyancy*, flotabilidad / fuerza de empuje
- Cambios de densidad afectan a N-S, una manera de incluirlos es mediante la **aproximación de Boussinesq**: pequeños cambios de  $\rho = \rho_0 - \beta\rho_0(T - T_0)$  donde  $T_0$  es una temperatura de referencia
- Coef. de expansión térmica  $\beta = -\frac{\partial\rho}{\partial T}\frac{1}{\rho}$
- Fuerza de empuje / buoyancy:  $-\rho\beta(T - T_0)\mathbf{g}$  entra a N-S
- Esta fuerza es **tremendamente** importante en la capa límite atmosférica (CLA o ABL)
- En la ABL también importa la rotación de la tierra: mediante la fuerza de Coriolis, el movimiento del aire se “desvía” (capa de Ekman). Este efecto se ve a grandes escalas, lejos de la superficie y afecta a algunos flujos más que a otros (para más remate depende también de la latitud)

- Tamaño de la ABL: 0.5-5 km. Dos grandes regiones:
- Capa exterior o de Ekman (90% superior): balance entre Coriolis y gradiente de presión (gran parte de la dinámica atmosférica)
- Capa interior (10% inferior): dominan los efectos de fricción de la superficie. Sin *buoyancy*, se cumple la ley logarítmica

$$\frac{\bar{u}}{V_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{y_0}$$

donde  $y_0 \sim \hat{k}/30$  representa la rugosidad de la superficie (de 0.001 m en arena a 1 m en bosques)

La turbulencia depende de la flotabilidad / *buoyancy*! Hay diferentes configuraciones posibles ligadas a perfiles de temperatura en relación con el viento:

- Neutral: poca *buoyancy*, dominan los efectos de fricción por el viento
- Inestable: aire más caliente abajo tenderá a generar movimiento ascendente y mezcla. Es común durante el día cuando la radiación solar calienta la superficie
- Estable: aire más caliente arriba, poco movimiento es generado. También conocido como estratificación. Es común durante la noche cuando la superficie se enfría por radiación infrarroja

# Capa interna de la ABL

- Hay más cosas que decir sobre empuje / *buoyancy*. Para gases ideales  $\beta = 1/T_0$ , luego la fuerza es  $-\rho(T - T_0)/T_0 \mathbf{g}$ . Def:  $\theta = T - T_0$
- Incluir este término en N-S determina otro en la ec. de TKE como producción por empuje (*buoyant production*):

$$\rho g \overline{\theta v'} / T_0 = q_T g / C_p T_0$$

- Cuando la fricción por viento es pequeña, *buoyancy*  $\sim$  disipación:

$$q_T g / c_p T_0 \sim \rho \varepsilon$$

- Recordando la idea del largo de mezcla, y con  $u' \sim \sqrt{v'^2}$ , tenemos

$$q_T / \rho c_p \sim -u' l_m d\bar{T} / dy \sim \theta' u'$$

# Capa interna de la ABL: viento débil

- Finalmente, con  $\varepsilon \sim u'^3/l_m$  y  $l_m \sim \kappa y$ , se puede llegar a las famosas expresiones (Prandtl):

$$u' \sim \left( \frac{q_T}{\rho c_p} \right)^{1/3} \left( \frac{T_0}{\kappa g} \right)^{-1/3} y^{1/3}$$

$$\theta' \sim \left( \frac{q_T}{\rho c_p} \right)^{2/3} \left( \frac{T_0}{\kappa g} \right)^{1/3} y^{-1/3}$$

$$\left| \frac{d\bar{T}}{dy} \right| \sim \left( \frac{q_T}{\rho c_p} \right)^{2/3} \left( \frac{T_0}{\kappa g} \right)^{1/3} y^{-4/3}$$

- El último coeficiente es usualmente menor en experimentos ( $-3/2$ ), aunque hay controversia porque es difícil obtener datos en ausencia de viento

# Capa interna de la ABL: número de Richardson

- El balance en general tiene tanto fricción por viento como buoyancy. Cómo sabemos cuál domina?
- Número de Richardson ( $R_f$  o  $Ri_f$ ): fracción entre ambos términos en la ec. de TKE. También hay  $R_g$  y  $R_b$  (diferentes aproximaciones)

$$R_f = \frac{g\overline{\theta v'} / T_o}{-u'v'\partial\bar{u}/\partial y}$$

- $R_f \ll 0$ : buoyancy domina
- $R_f \sim O(1) < 0$ : buoyancy es despreciable
- $0 < R_f < O(1)$ : estratificación estable: suprime la turbulencia

# Capa interna de la ABL: largo de Monin-Obhukov

- Cuando el perfil de velocidades es logarítmico, se simplifica  $R_f = y/L$ , donde  $L$  es el largo de Monin-Obhukov

$$L = -\frac{(T_0/\kappa g)V_*^3}{q_T/\rho c_p}$$

- Muy útil para caracterizar algunos procesos en la ABL. Usualmente  $|L| \sim O(10)m$
- $L < 0$  indica una configuración inestable y generación de turbulencia por buoyancy
- Para  $y \ll |L|$  buoyancy no es muy importante en la generación de turbulencia
- Para  $y \gg |L|$  buoyancy domina y la fricción no es muy importante
- Para  $L \gg 0$  (estratificación o configuración estable), la turbulencia solo es posible a alturas más bajas y luego se suprime

# Capa interna de la ABL: ley log. corregida

- Cerca de la superficie,

$$\frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{V_*}{\kappa y} \phi(y/L)$$

donde  $\phi$  corrige la ley logarítmica para incluir los efectos de buoyancy

- Para  $y \ll |L|$ , corrección lineal:

$$\phi(y/L) = 1 + \gamma y/L$$

con  $\gamma = 4 - 8$ . Concepto:  $\bar{u}(y)$  cambia menos rápido en condiciones inestables ( $L < 0$ ), porque hay más mezcla turbulenta

- Para  $y \gg |L|$ , mediante la idea de viscosidad de eddy

$$\phi(y/L) = (y/|L|)^{-1/3}$$

- Para valores intermedios? Ajustes experimentales

- Martes 9 - Jose L. Ortíz-Tarín. Estela y capa límite turbulenta en flujos ambientales
- Viernes 12 - ABL y nubes estratocúmulo: la STBL (Stratocumulus-Topped Boundary Layer)
- Resto del semestre: ver u-cursos

# Flujos no canónicos (II)

ME6010 - Introducción a la turbulencia

Mónica Zamora Z.

DIMEC, U. Chile

November 16, 2021

- Charla 1: cuerpo esbelto, estratificación, Coriolis, modos globales
- Charla 2: nubes (agua), buoyancy, radiación, estratificación, grandes estructuras (updrafts y downdrafts)
- Clase anterior: transferencia de calor en paredes, mezcla turbulenta y ley log, importancia de  $Pr$ , efecto de flotabilidad y estabilidad, ec. de Boussinesq, buoyancy vs. viento: número de Richardson, largo de Monin-Obhukov
- Clase de hoy: rotación, estratificación, y campos magnéticos

- La rotación introduce fuerzas de Coriolis y centrífugas a un sistema de referencia inercial, que se añaden como fuerzas externas

$$\mathbf{F}_{cor} = -2m\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}, \quad \mathbf{F}_{cen} = -m\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{x})$$

- $\mathbf{F}_{cen}$  se puede introducir a un gradiente de presiones modificado  $\nabla p$
- Para el sistema en rotación, queda N-S modificada:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla(p/\rho) + 2\mathbf{u} \times \boldsymbol{\Omega} + \nu \nabla^2 \mathbf{u}$$

- Número de Rossby: término inercial (no-lineal) vs Coriolis

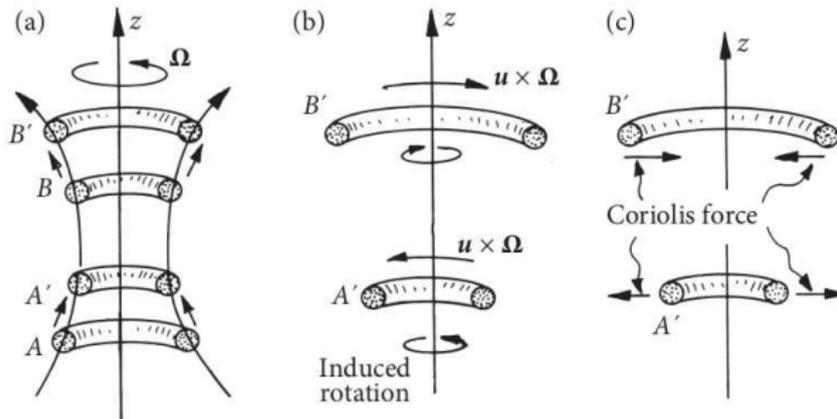
$$Ro = \frac{u}{l\Omega}$$

# Rotación

- Despreciando el término viscoso y para  $Ro$  bajo, el sistema se asemeja a un sólido en rotación

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = +2\mathbf{u} \times \boldsymbol{\Omega} - \nabla(p/\rho)$$

- Coriolis puede generar ondas inertiales (Fig. del Davidson)



- Tomando el producto cruz, eliminamos la presión, y con  $\vec{\Omega} = \Omega \hat{e}_z$  simplificamos a

$$\frac{D\omega}{Dt} = 2(\Omega \cdot \nabla)\mathbf{u}$$

- En el caso estacionario (y con  $Ro$  bajo), llegamos al teorema de Taylor-Proudman

$$(\Omega \cdot \nabla)\mathbf{u} = 0$$

que implica que el flujo es 2D ( $\mathbf{u} \neq f(z)$ )

- Efecto columna de Taylor: es como si un obstáculo parcial fuera sólido. Video1, Video2

- Por qué el flujo sabe que tiene que moverse con el objeto? *Ondas*
- Derivando en el tiempo y tomando producto cruz se puede llegar a una ecuación de ondas para  $\mathbf{u}$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + 4(\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla)^2 \mathbf{u} = 0$$

- La que tiene una solución de ondas (exponencial compleja), con la que se puede obtener la vel. de fase y relación de dispersión (frecuencia espacial / temporal)
- No me quiero meter en detalle, pero de la matemática se ven ondas que se propagan en el eje de rotación ante pequeñas perturbaciones de velocidad en esa dirección: se forma un cilindro lleno de ondas
- Si en vez de un cuerpo, hay un eddy, éste también puede propagar ondas internas. Ver más en Davidson, mucha de su carrera es en este campo

- Estructura de la turbulencia:
- Eddies grandes tienden a tener forma de columnas (cigarros), y cuando  $Ro$  es pequeño, el flujo es 2D
- Energía cinética turbulenta y momentum se propaga en la dirección de la rotación
- Inmersos en un mar de ondas inerciales y movimientos de pequeñas escalas

- Variaciones de densidad:  $\bar{\rho} + \frac{\partial \rho_0}{\partial z} z$ , pequeñas, luego la aproximación de Boussinesq (sin f. viscosas)

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \bar{\rho} \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla\rho + \rho\mathbf{g}$$

- Linealizando  $\rho = \rho_0 + \delta\rho$

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial t} + w \frac{d\rho_0}{dz} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \bar{\rho} \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla(\delta\rho) + \delta\rho\mathbf{g}$$

- Tomando producto cruz, derivando en el tiempo, y producto cruz otra vez, queda una ecuación de onda

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^2 \mathbf{u} + N^2 \left( \nabla^2 w \hat{\mathbf{e}}_z - \nabla \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0$$

- Donde  $N$  es la frecuencia de Brunt-Väisälä (o de buoyancy / flotabilidad) que es la frec. máxima de ondas internas de gravedad

$$N^2 = -\frac{g}{\bar{\rho}} \frac{d\rho_0}{dz}$$

- Las ecuaciones para el caso con rotación o estratificación son similares, en este caso el paquete de ondas propaga energía en la dirección del plano Video3
- En estratificación fuerte, los eddies se organizan en forma de panqueques: circunferencias planas: movimiento cuasi 2D. Varias teorías sobre su formación, aún en estudio

- Fluidos conductores + campos magnéticos: Magnetohidrodinámica (MHD)
- Lo no canónico: Fuerza de Lorentz
- Flujo con  $\mathbf{u}$  en un campo magnético  $\mathbf{B}$  induce una corriente  $\mathbf{J} \sim \sigma \mathbf{u} \times \mathbf{B}$  ( $\sigma$ : conductividad eléctrica)
- Corriente inducida genera un segundo campo magnético que se suma a  $\mathbf{B}$  y *arrastra* las líneas magnéticas
- La fuerza de Lorentz  $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$  actúa sobre el fluido, frenándolo

- Teoría se separa para fluidos altamente / pobremente conductores pues dominan diferentes procesos... cómo clasificamos?
- Número de Reynolds magnético

$$R_m = ul/\lambda = \mu\sigma ul$$

$\mu$ : permeabilidad en vacío,  $\lambda = 1/(\sigma\mu)$ : difusividad magnética

- Para la mayoría de problemas terrestres,  $R_m$  es bajo
- En astrofísica,  $R_m$  es muy variado

- Ley de Ohm:  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ , donde  $\mathbf{E}$ : campo eléctrico. Pasa a ser

$$\mathbf{J} = \sigma \underbrace{(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})}_{\text{campo eléctrico efectivo}} = \sigma \mathbf{E}_r$$

- Fuerza de Coulomb:  $\mathbf{f} = q\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{f} = q\mathbf{E}_r$
- Ley de Faraday:

$$fem = \oint_C \mathbf{E}_r \cdot d\mathbf{r} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

- Luego, en una curva material  $C_m$ , se induce una corriente  $\mathbf{J}$

$$\oint_{C_m} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{r} = -\sigma \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -\sigma \frac{d\Phi}{dt}$$

- Ley de Ampère: hay un campo magnético asociado a  $\mathbf{J}$

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \mu \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \Leftrightarrow \nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{J}$$

- Es decir,  $\mathbf{B} = f(\mathbf{J})$ , y es no-local (ec. de Biot-Savart)
- Campo magnético inducido en relación al existente:  $|\mathbf{B}_{IN}| \sim R_m |\mathbf{B}_0|$
- Veamos qué ocurre para  $R_m$  bajo y alto

- Bajo  $R_m$ :  $\mathbf{B}_{IN}$  es bajo también
- Corriente inducida  $J \sim \sigma B_0 u$
- Fuerza de Lorentz  $F \sim \sigma B_0^2 u$
- Luego,  $u$  decae por acción de esta fuerza

$$\frac{du}{dt} \sim -\frac{u}{\tau}, \quad \tau = \frac{\rho}{\sigma B_0^2}$$

- $\tau$ : tiempo de amortiguación magnética
- El rol de la fuerza de Lorentz es frenar o quitar momentum lineal, convirtiendo la energía mecánica en calor

- Alto  $R_m$ :  $B_{IN} = \mu I J$
- Con argumentos geométricos,  $B_{IN} = f(B_0, \eta)$ , donde  $\eta$  es la dirección de movimiento
- Despejando  $J$  y  $F$ , se llega a una ecuación de movimiento para  $\eta$

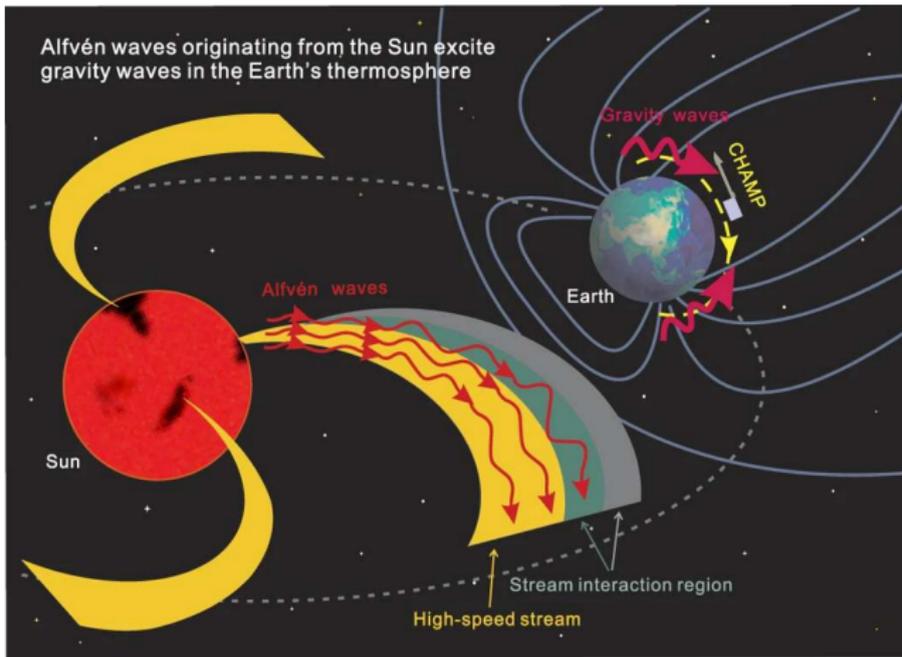
$$\frac{d^2}{dt^2}(\eta - \eta_0) + \frac{v_a^2}{h^2}(\eta - \eta_0) = 0$$

donde  $h^2$  depende de parámetros geométricos, y  $v_a = B_0 / \sqrt{\rho \mu}$  es la velocidad de Alfvén

- Esta es una ecuación de onda! Movimiento oscilante a una frecuencia proporcional a  $v_a$ , no hay disipación de energía

# Campos magnéticos

- Hannes Alfvén fue premio nobel de física por su trabajo en MHD
- El sol emite ondas de Alfvén (Guo et al., 2016, Nature)



- Con esto tenemos una idea de los principios y física básica en MHD
- Entonces, los fluidos se mueven en base a un kit de ecuaciones: N-S (con fuerza externa de Lorentz) y una versión simplificable de las ecuaciones de Maxwell + ley de Ohm
- Dentro del mar de ecuaciones aparece una ec. de evolución para  $\mathbf{B}$  con una forma *muy conocida*:

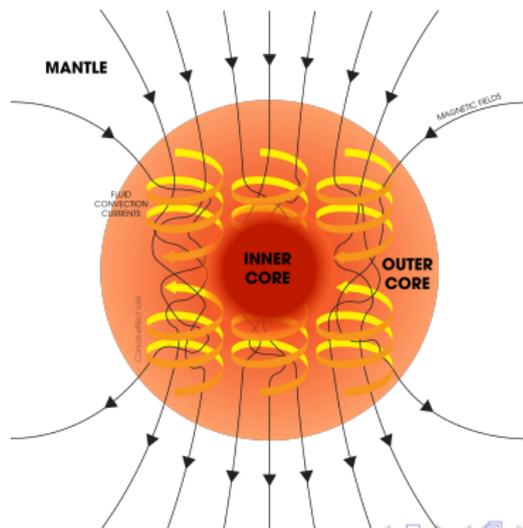
$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \lambda \nabla^2 \mathbf{B} = 0$$

- Diferente difusividad pero el campo magnético se comporta como la vorticidad!
- Conductor perfecto ( $\lambda = 0$ ) conserva el flujo magnético y las líneas magnéticas están *congeladas* (análogo magnético del teo. de Kelvin)
- Ecuaciones de energía electromecánica: decrece por efecto Joule y disipación viscosa

- Qué pasa cuando los efectos se juntan?
- Rotación y campos magnéticos: además de ondas inerciales y ondas de Afven, aparecen ondas magnetostróficas, que tienen una muy baja frecuencia (mezclando las ecuaciones se llega a su ec. de onda)
- Para qué sirve MHD? Ingenieros (bajo  $R_m$ ), astrofísica y plasma (alto  $R_m$ ), mientras el centro de la tierra tiene un rango de  $R_m$  (teoría de geodínamo). También nos sirve para estudiar la convección en la corona del sol, donde se emiten ondas de Afvén

# Campos magnéticos...

- MHD + Coriolis + buoyancy explica el campo magnético de la tierra: no es trivial (sorry!, Davidson 9.5)
- La estructura turbulenta media que se da mantiene un campo magnético de tipo dipolo. Simulaciones muestran que hay diferentes configuraciones para la estructura del flujo. ver primera simulación (del '95)



# Nuevos métodos en turbulencia (I)

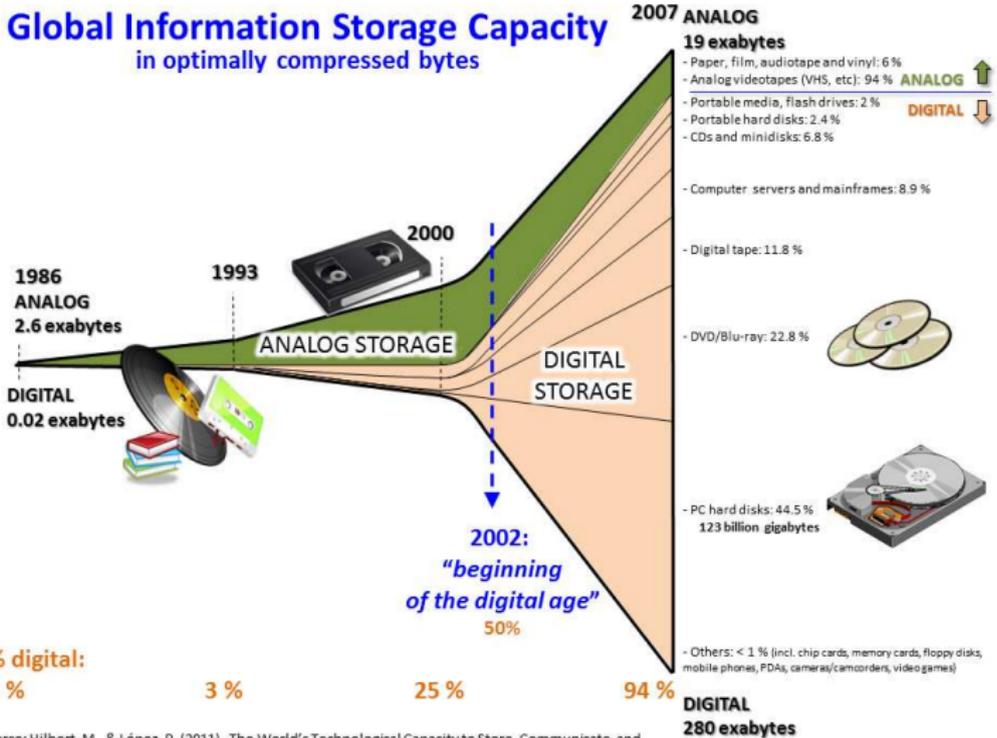
## ME6010 - Introducción a la turbulencia

Mónica Zamora Z.

DIMEC, U. Chile

November 26, 2021

# Por qué tenemos *big data*?



Source: Hilbert, M., & López, P. (2011). The World's Technological Capacity to Store, Communicate, and Compute Information. *Science*, 332(6025), 60–65. <http://www.martinhilbert.net/WorldInfoCapacity.html>

# Big data y turbulencia

- Big data o Macrodatos: *muchos* datos para procesar en un tiempo *tolerable*
- Se han popularizado en los últimos 10 años a medida de que aumenta la generación de datos, capacidad de almacenamiento y análisis
- Características (las V): volumen, variedad (tipos de datos), velocidad (generación de datos y procesamiento), valor, variabilidad (de los datos o su tipo)
- A medida que implementamos más monitoreo y modelamiento, tendremos más datos en ingeniería. Técnicas aplicadas a big data son útiles para muchas aplicaciones
- Por qué turbulencia es big data? (espero sus respuestas)

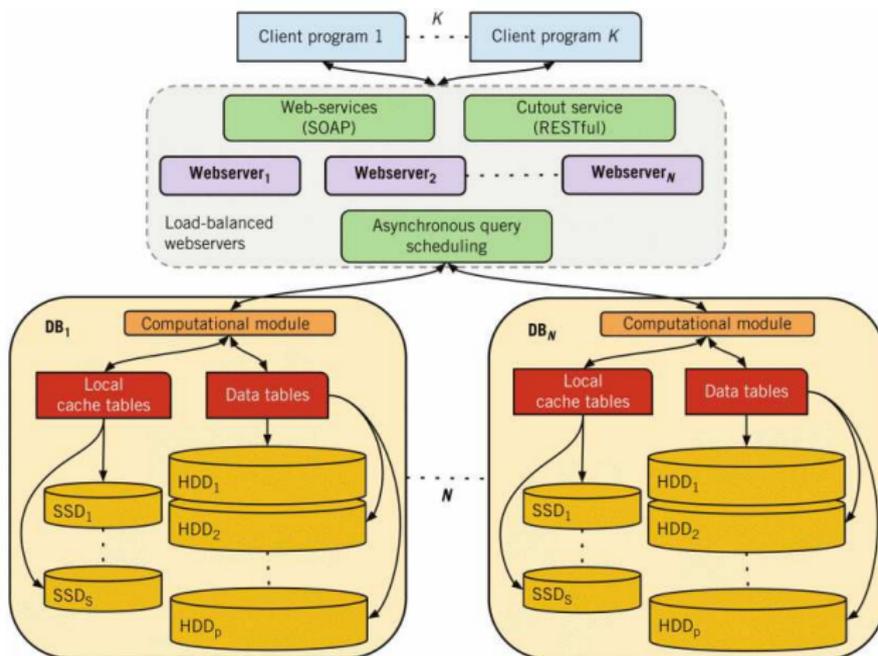
- Tipos de datos: estructurados y no estructurados... en turbulencia?
- Casi siempre son estructurados: cuantitativos, y de hecho muy estructurados cuando son mediciones o resultados de modelos
- No estructurados: más cualitativos, como texto, datos de redes sociales, imágenes de seguridad
- Menos estructurado es posible en turbulencia, por ejemplo: procesamos datos para detectar estructuras coherentes, luego estudiar sus dinámicas no siempre es algo 100% cuantitativo



- Toda una estructura de cluster para nada trivial:

The total amount of space occupied by these datasets is more than 200 Tbytes partitioned spatially and temporally across a cluster of relational databases. The database nodes are part of the 1.1-Pbyte GrayWulf cluster and the 11-Pbyte Data-Scope cluster (<http://idies.jhu.edu/datascope>) at Johns Hopkins University. Each node runs Microsoft SQL Server and provides built-in analysis functionality, implemented as user-defined functions or stored procedures in the Common Language Runtime (CLR). The data and analysis functionality are accessible through a webserver front end (<http://turbulence.pha.jhu.edu>) that provides webservices implemented via SOAP, a cutout service producing HDF5 files of the raw simulation data, and a Web query interface. Users can access the webservices directly or through several client libraries that we have provided, including Matlab, C, Fortran, and Python wrappers. **Figure 1** shows the JHTDB's architecture.

- Toda una estructura de cluster para nada trivial:



# Ya, y para qué nos sirve tanto dato?

- Data mining: extraer patrones
- Machine learning: aprendizaje automático de patrones en los datos (regresión + optimización) para aprender, clasificar, hacer pronósticos
- Estadísticas: en realidad es la base teórica de todos los otros métodos, pero se pueden hacer análisis clásicos como tests de hipótesis o ANOVA
- Técnicas se traslapan, pero en turbulencia quizás nos sirve entender que hay métodos data-driven y otros model-driven
  - *Data-driven*: uso exclusivo de datos históricos para aprender el funcionamiento de un sistema y predecir su futuro
  - *Model-driven*: se establece un modelo base y los datos ayudan a calibrar parámetros o forma del modelo

# Ya, y qué queremos ver en estas cátedras?

- Este no es un curso de big data... (pero si quieren aprender por su cuenta, los vídeos de Steve Brunton (UW) son muy buenos)
- La mejor manera de aprender es haciendo: agarrar un set de datos, probar ideas y métodos, fallar, buscar ayuda en stackoverflow, repetir hasta lograrlo
- Mundo muy dinámico: nuevos métodos y software en constante desarrollo, herramientas disponibles de grandes desarrolladores (e.g. Tensorflow de Google)
- Y entonces, qué veremos más o menos?
  - Barrido de ideas usadas en turbulencia actualmente
  - Qué se está mostrando en conferencias / publicando recientemente?
  - Cómo ayudan los nuevos métodos?
  - Los métodos que usan big-data ayudan o no?

# Qué se muestra en conferencias?

## Session A11: Turbulence: Modeling & Simulations I: Data-Driven and Machine Learning Approaches

[Show Abstracts](#)

Chair: Petros Koumoutsakos, Harvard University  
Room: *North 125 AB*

Sunday, November 21, 2021 8:00AM - 8:13AM	<a href="#">A11.00001: Capturing small-scale dynamics of turbulence using deep learning</a> Dhawal Buaria, Katepalli R Sreenivasan
Sunday, November 21, 2021 8:13AM - 8:26AM	<a href="#">A11.00002: Data Driven Learning of Mori-Zwanzig Operators for Isotropic Turbulence</a> Yifeng Tian, Yen Ting Lin, Marian Anghel, Daniel Livescu
Sunday, November 21, 2021 8:26AM - 8:39AM	<a href="#">A11.00003: Reconstruction of turbulent data from TURB-Rot database with deep generative models and Gappy POD</a> Michele Buzzicotti, Tianyi Li, Fabio Bonaccorso, Patricio Clark Di Leoni, Luca Biferale
Sunday, November 21, 2021 8:39AM - 8:52AM	<a href="#">A11.00004: Non-intrusive sensing from coarse measurements by means of generative adversarial networks (GANs)</a> Ricardo Vinuesa, Alejandro G\u00f3mez, Hao Hu, Stefano Discetti, Andrea Ianiro, Beril Sirmacek, Hossein Azizpour
Sunday, November 21, 2021 8:52AM - 9:05AM	<a href="#">A11.00005: Data-driven subgrid-scale parameterization of turbulence in the small-data limit</a> YIFEI GUAN, Adam Subel, Ashesh K Chattopadhyay, Pedram Hassanzadeh
Sunday, November 21, 2021 9:05AM - 9:18AM	<a href="#">A11.00006: Wall-models of turbulent flows via scientific multi-agent reinforcement learning</a> Petros Koumoutsakos, H. Jane Bae
Sunday, November 21, 2021 9:18AM - 9:31AM	<a href="#">A11.00007: Machine Learning-based Model to Improve Wall-modeled Large-eddy Simulation of Supersonic Turbulent Flows</a> Rozie Zangeneh
Sunday, November 21, 2021 9:31AM - 9:44AM	<a href="#">A11.00008: Machine Learning Lagrangian Large Eddy Simulations with Smoothed Particle Hydrodynamics</a> Yifeng Tian, Michael Chertkov, Michael Woodward, Mikhail Stepanov, Chris Fryer, Criston M Hyett, Daniel Livescu
Sunday, November 21, 2021 9:44AM - 9:57AM	<a href="#">A11.00009: Reinforcement Learning for autonomous navigation of swimmers in turbulent flow</a> Anand Krishnan, Eureka Kaiser

# Qué se muestra en conferencias?

## Session E31: Nonlinear Dynamics: Model Reduction & Turbulence I

[Show Abstracts](#)

Chair: Oliver Schmidt, UC San Diego  
Room: North 232 ABC

- |                                                                          |                                                                                                                                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Sunday, November 21, 2021<br>2:45PM - 2:58PM                             | <a href="#">E31.00001: Troubleshooting experiments using machine learning</a><br>Logan Kageorge, Michael F Schatz, Roman O Grigoriev                                                                  |
| Sunday, November 21, 2021<br>2:58PM - 3:11PM                             | <a href="#">E31.00002: Physics-Guided Machine Learning Variational Multiscale Reduced Order Models</a><br>Shady E Ahmed, Omer San, Adil Rasheed, Alessandro Veneziani, Traian Iliescu                 |
| Sunday, November 21, 2021<br>3:11PM - 3:24PM<br><u>Not Participating</u> | <a href="#">E31.00003: A hybrid physics-based and data-driven approach with autoencoders: Rayleigh-Benard convection</a><br>Saeed Akbari, Suraj A Pawar, Omer San                                     |
| Sunday, November 21, 2021<br>3:24PM - 3:37PM                             | <a href="#">E31.00004: On the connection between resolvent analysis and forced optimally time-dependent decomposition</a><br>Alireza Amiri-Margavi, Hessam Babaee                                     |
| Sunday, November 21, 2021<br>3:37PM - 3:50PM                             | <a href="#">E31.00005: Nonlinear Reduced-Order Solutions for PDEs With Conserved Quantities: Applications to Fluid Dynamics</a><br>William Anderson, Mohammad M Farazmand                             |
| Sunday, November 21, 2021<br>3:50PM - 4:03PM                             | <a href="#">E31.00006: No inverse necessary: a variational formulation of resolvent analysis</a><br>Benedikt Barthel, Salvador R Gomez, Beverley J McKeon                                             |
| Sunday, November 21, 2021<br>4:03PM - 4:16PM                             | <a href="#">E31.00007: Modal analysis and interface tracking for multiphase flows</a><br>Daniel J Bodony, Palash Sashittal, Robert M Chiodi, Timothy B Morgan, Olivier Desjardins, Theodore J Heindel |
| Sunday, November 21, 2021<br>4:16PM - 4:29PM                             | <a href="#">E31.00008: A bi-fidelity framework to compute extreme-event probability</a><br>Xianliang Gong, Yulin Pan                                                                                  |
| Sunday, November 21, 2021<br>4:29PM - 4:42PM                             | <a href="#">E31.00009: Machine Learning Statistical Evolution of the Coarse-Grained Velocity Gradient Tensor</a><br>Criston M Hyett, Michael Chertkov, Yifeng Tian, Daniel Livescu, Mikhail Stepanov  |
| Sunday, November 21, 2021<br>4:42PM - 4:55PM                             | <a href="#">E31.00010: Dynamic-Mode Decomposition for Aero-Optic Wavefront Characterization</a><br>Shervin Sahba, Diya Sashidhar, Christopher Wilcox, Austin McDaniel, Steven L Brunton, Nathan Kutz  |

# Qué se está publicando?

## Machine Learning for Fluid Mechanics

### Annual Review of Fluid Mechanics

Vol. 52:477-508 (Volume publication date January 2020)

First published as a Review in Advance on September 12, 2019

<https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-010719-060214>

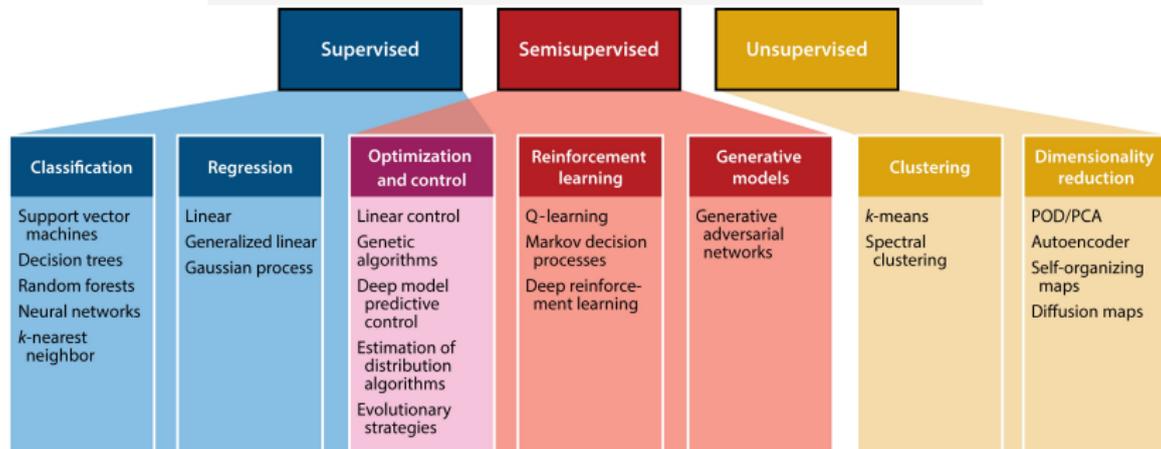
Steven L. Brunton,<sup>1</sup> Bernd R. Noack,<sup>2,3</sup> and Petros Koumoutsakos<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Department of Mechanical Engineering, University of Washington, Seattle, Washington 98195, USA

<sup>2</sup>LIMS (Laboratoire d'Informatique pour la Mécanique et les Sciences de l'Ingénieur), CNRS UPR 3251, Université Paris-Saclay, F-91403 Orsay, France

<sup>3</sup>Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik, Technische Universität Berlin, D-10634 Berlin, Germany

<sup>4</sup>Computational Science and Engineering Laboratory, ETH Zurich, CH-8092 Zurich, Switzerland; email: petros@ethz.ch



 Brunton SL, et al. 2020.  
*Annu. Rev. Fluid Mech.* 52:477-508

## Descripción de técnicas y sus usos

- Extraer las características del flujo: simplificar datos espaciales con técnicas de descomposición (POD, PCA), clasificación y clustering (k-means, SVM), superresolución / reconstrucción y limpieza / filtering
- Modelar flujos (y ecs. diferenciales en general): modelos lineales en bases no lineales (DMD, Koopman), redes neuronales (ANN, RNN, etc), reduced-order-models: simplificar la complejidad con ecuaciones más sencillas
- Modelos de turbulencia: RANS y LES calibrados con ML y NNs a partir de datos experimentales o DNS, técnicas también se usan para aprender *dónde* están fallando los modelos existentes
- Control y optimización: algoritmos de navegación / vuelo óptimo, mejorados o reemplazados con técnicas de ML y NNs

## Desventajas o cosas a tener en cuenta

- Siempre hay que tener cuidado al extrapolar: aprendizaje basado en datos está limitado al rango experimentado en el set de datos
- Aprendizaje supervisado tiene tomas de decisiones que pueden alterar un poco los resultados: para que estos sean reproducibles deben revisarse a medida que se prueban
- Know-how: hacer las preguntas correctas que puedo responder bien con cierto problema y cierto set de datos para su aprendizaje. Decir con claridad los alcances de los modelos que resultan

## Desventajas o cosas a tener en cuenta

- Siempre hay que tener cuidado al extrapolar: aprendizaje basado en datos está limitado al rango experimentado en el set de datos
- Aprendizaje supervisado tiene tomas de decisiones que pueden alterar un poco los resultados: para que estos sean reproducibles deben revisarse a medida que se prueban
- Know-how: hacer las preguntas correctas que puedo responder bien con cierto problema y cierto set de datos para su aprendizaje. Decir con claridad los alcances de los modelos que resultan

## RESEARCH ARTICLE



### Machine learning-accelerated computational fluid dynamics

Dmitrii Kochkov, Jamie A. Smith, Ayya Alleva, Qing Wang, Michael P. Brenner, and Stephan Hoyer

<sup>a</sup>*Google Research, Mountain View, CA 94043;*

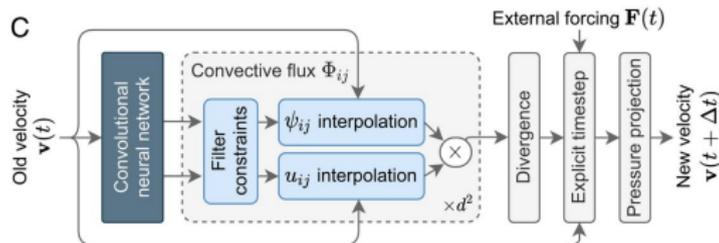
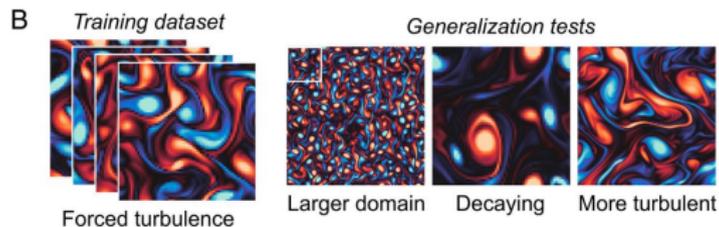
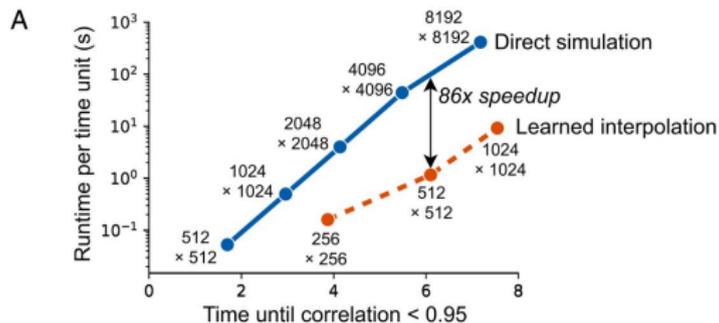
<sup>b</sup>*School of Engineering and Applied Sciences, Harvard University, Cambridge, MA 02138*

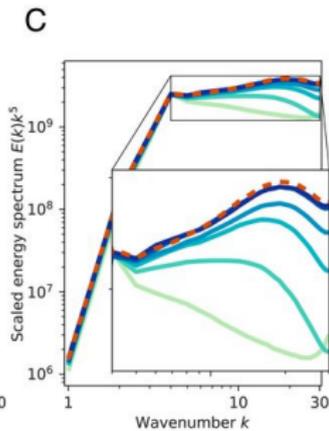
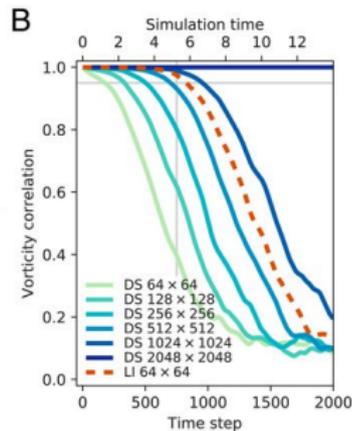
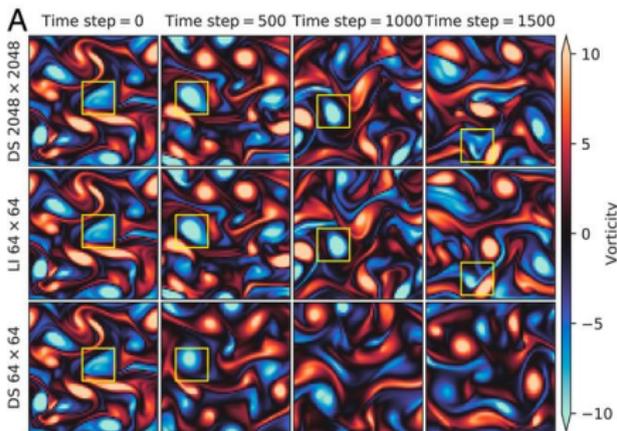
– [Hide authors and affiliations](#)

PNAS May 25, 2021 118 (21) e2101784118; <https://doi.org/10.1073/pnas.2101784118>

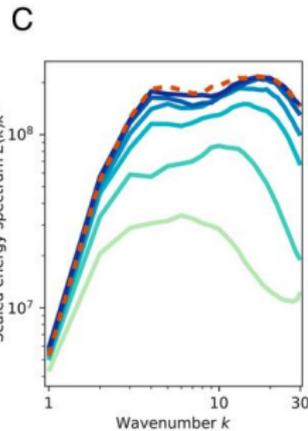
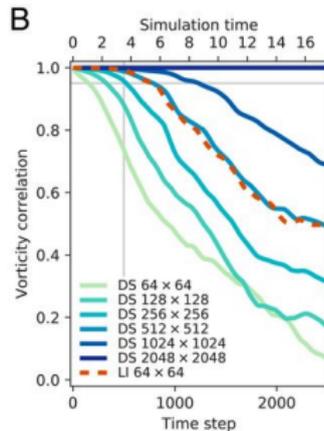
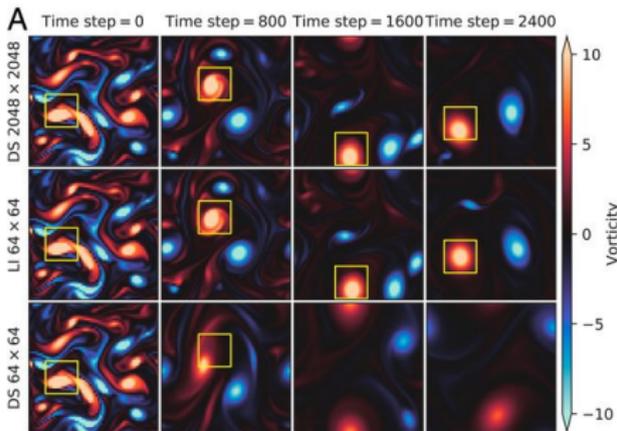
Edited by Andrea L. Bertozzi, University of California, Los Angeles, CA, and approved March 25, 2021 (received for review January 29, 2021)

- Método para resolver PDEs en una malla un orden de magnitud más gruesa con la misma precisión: 80x menos tiempo de cómputo(!)
- El algoritmo usa ML para aprender a interpolar en términos que usualmente son más afectados por una malla gruesa (derivadas y modelos de turbulencia)
- Logran generalizarlo para otros problemas y  $Re$ : el poder de las técnicas híbridas

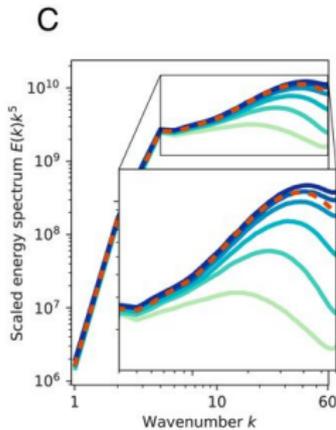
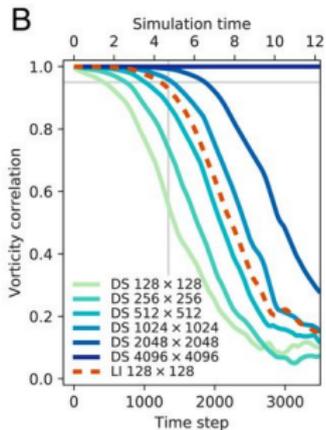
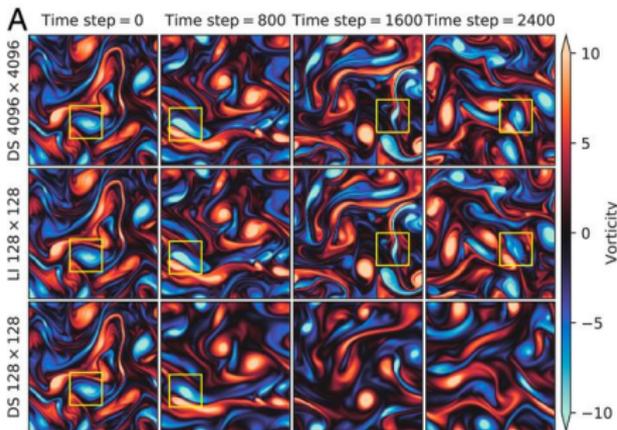




- Learned interpolation (LI) vs Direct Simulation (DS): LI adquiere la precisión de DS a un factor de casi 10x la resolución



- Generalización para decaimiento libre: similar, solo que el factor de resolución para la misma precisión cambia



- Generalización para un mayor  $Re$ : similar, solo que el factor de resolución para la misma precisión cambia
- Luego, es generalizable, pero la precisión sí se ve afectada (aunque sigue siendo más *barato*)

# (Kochkov et al., PNAS 2021)

google / **jax-cfd** Public

Notifications Star 187 Fork 20

< Code Issues 4 Pull requests 9 Actions Projects Security Insights

main 9 branches 1 tag Go to file Code +

hawkinsp and JAX-CFD authors	Fix incorrect pytype annotation. ...	6466ee 2 days ago	96 commits
.github/workflows	Add CI running via GitHub checks	5 months ago	
jax_cfd	Fix incorrect pytype annotation.	2 days ago	
notebooks	Internal change	17 days ago	
CONTRIBUTING.md	Initial release of JAX-CFD	7 months ago	
LICENSE	Fix readme/license location	7 months ago	
README.md	update README for spectral methods	2 months ago	
setup.py	[JAX-CFD] tweak installation & tests	6 months ago	

README.md

## JAX-CFD: Computational Fluid Dynamics in JAX

Authors: Dmitrii Kochkov, Jamie A. Smith, Stephan Hoyer

JAX-CFD is an experimental research project for exploring the potential of machine learning, automatic differentiation and hardware accelerators (GPU/TPU) for computational fluid dynamics. It is implemented in [JAX](#).

To learn more about our general approach, read our paper [Machine learning accelerated computational fluid dynamics](#) (PNAS 2021)

About: Computational Fluid Dynamics in JAX

Releases 1: 0.1.0: [JAX-CFD] tweak i... Latest on May 18

Packages: No packages published

Contributors 13: + 2 contributors

- Código disponible en github (what a time to be alive)

Published as a conference paper at ICLR 2021

## FOURIER NEURAL OPERATOR FOR PARAMETRIC PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

**Zongyi Li**  
zongyili@caltech.edu

**Nikola Kovachki**  
nkovachki@caltech.edu

**Kamyar Azizzadenesheli**  
kamyar@purdue.edu

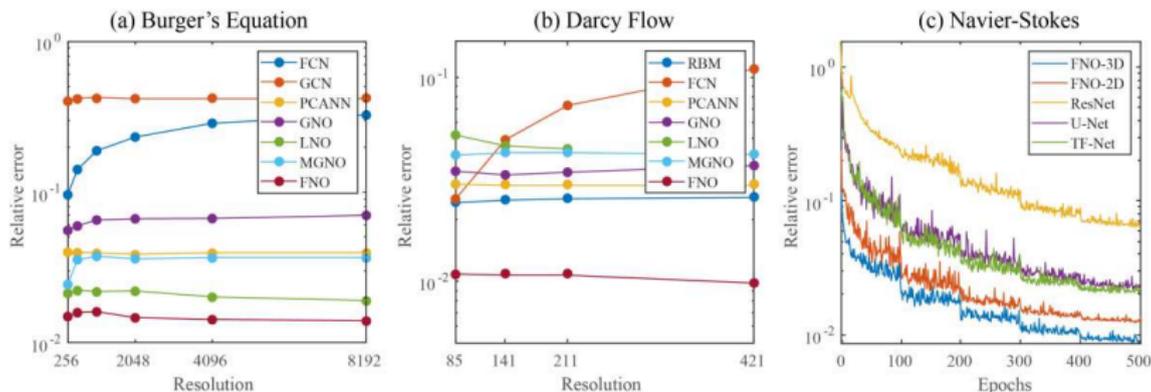
**Burigede Liu**  
bgl@caltech.edu

**Kaushik Bhattacharya**  
bhatta@caltech.edu

**Andrew Stuart**  
astuart@caltech.edu

**Anima Anandkumar**  
anima@caltech.edu

- Por qué en el espacio espectral? Para que el método sea independiente de la malla espacial
- Operadores neuronales: idea reciente, necesita ser entrenado solo 1 vez y también son independientes de mallas
- Operador neuronal en Fourier: nueva idea. Aprende la solución de N-S y la realiza en 0.005 s (vs 2.2 s para un método pseudo espectral)

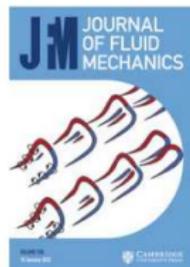


**Left:** benchmarks on Burgers equation; **Mid:** benchmarks on Darcy Flow for different resolutions; **Right:** the learning curves on Navier-Stokes  $\nu = 1e-3$  with different benchmarks. Train and test on the same resolution. For acronyms, see Section 5; details in Tables 1, 3, 4.

Figure 3: Benchmark on Burger's equation, Darcy Flow, and Navier-Stokes

- Test con otras PDEs de advección y difusión, muestra la precisión de la idea de FNO (caso base N-S es 2D y planteado con la ec. de  $\omega$ )
- Será este el futuro de CFD?

# Qué se está publicando?



Journal of Fluid  
Mechanics

## Super-resolution reconstruction of turbulent flows with machine learning

Published online by Cambridge University Press: 07 May 2019

Kai Fukami, Koji Fukagata  and Kunihiro Taira 

[Show author details](#) 

Article Metrics

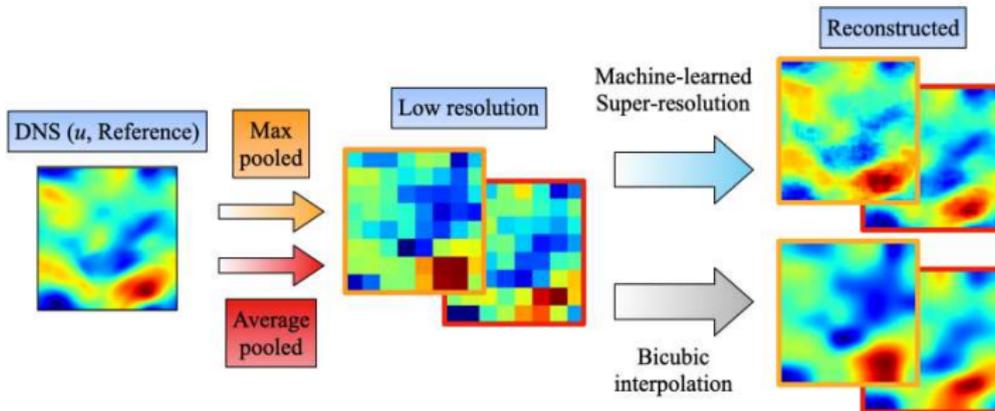
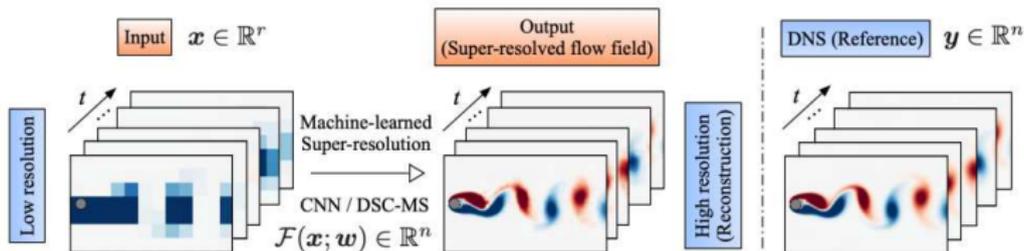
Get access

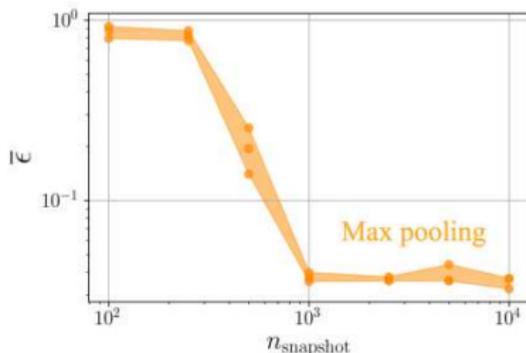
 Share

 Cite

 Rights & Permissions

- Reconstrucción de super-resolución (lo-res a hi-res) con 2 métodos de ML: CNN y DSC/MS, basado en las imágenes del flujo
- Cuántos datos se necesitan para lograr la reconstrucción?

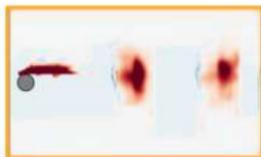




Reference DNS



$n_{\text{snapshot}} = 100$



$n_{\text{snapshot}} = 500$



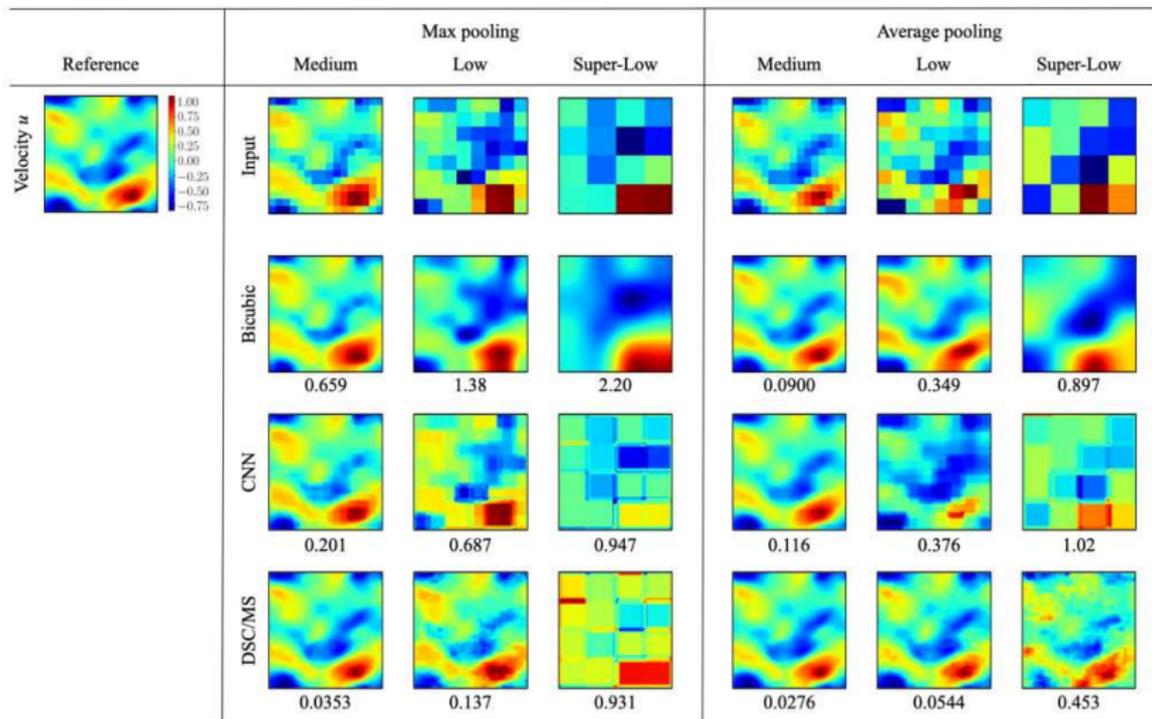
$n_{\text{snapshot}} = 1000$

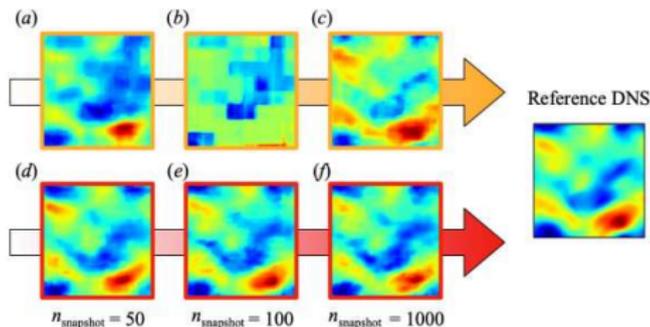
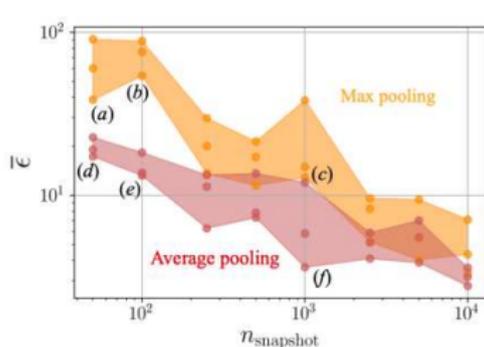
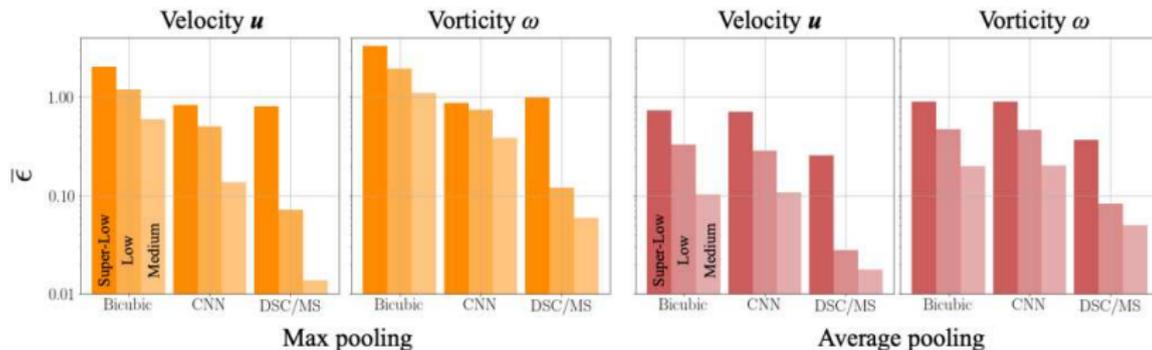


$n_{\text{snapshot}} = 10000$



- Error depende fuertemente del número de fotos para entrenar a los métodos, y hay un número mínimo para garantizar un error bajo





# Nuevos métodos en turbulencia (II)

## ME6010 - Introducción a la turbulencia

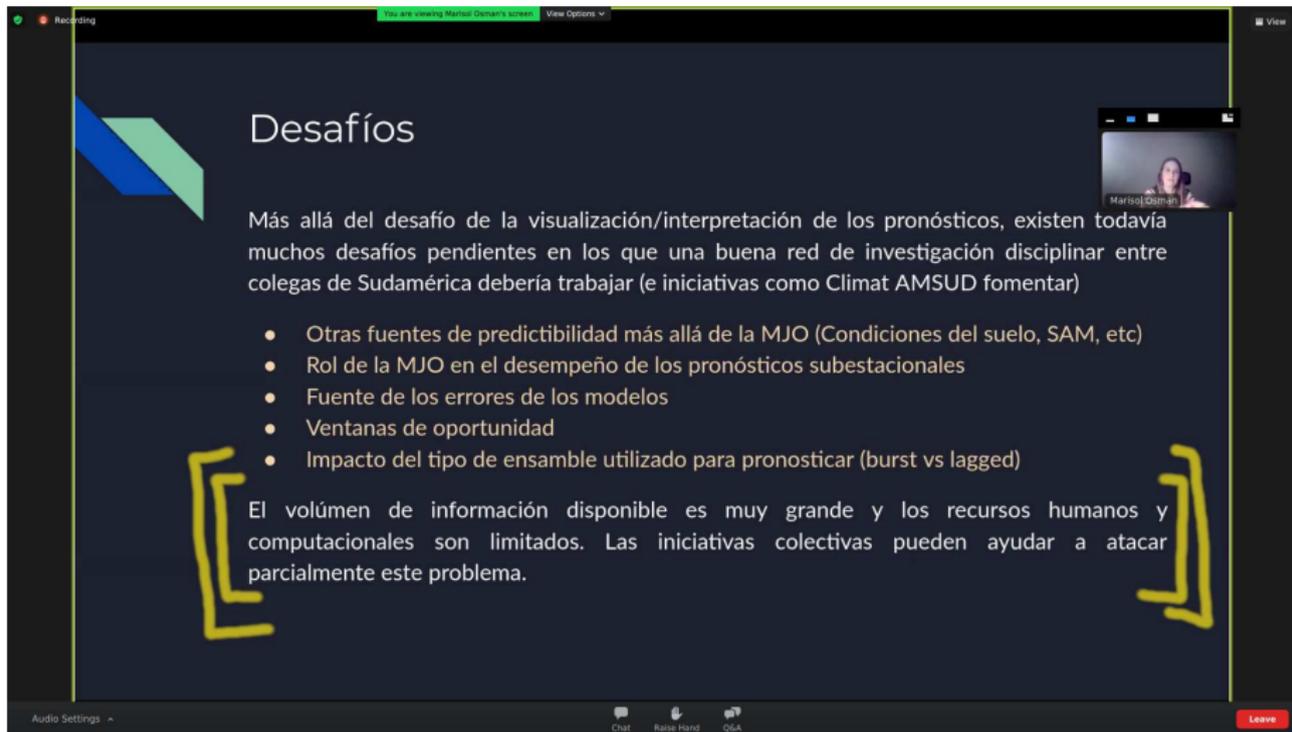
Mónica Zamora Z.

DIMEC, U. Chile

November 30, 2021

- Conceptos relacionados con big data
- Guardar datos no es trivial
- ¿Qué se está haciendo en turbulencia con datos?
- Hay sesiones completas en conferencias
- Brunton et al., Annual Reviews 2020, Machine Learning for Fluid Mechanics
- Kochkov (Google) et al., PNAS 2021, Machine learning-accelerated computational fluid dynamics
- Li et al., ICLR 2021, Fourier neural operator for parametric PDEs
- Fukami et al., JFM 2019, Super-resolution reconstruction of turbulent flows with machine learning

# A propósito de nada... ayer en un seminario



Recording

You are viewing Marisol Osmani's screen. View Options

## Desafíos

Más allá del desafío de la visualización/interpretación de los pronósticos, existen todavía muchos desafíos pendientes en los que una buena red de investigación disciplinar entre colegas de Sudamérica debería trabajar (e iniciativas como Climat AMSUD fomentar)

- Otras fuentes de predictibilidad más allá de la MJO (Condiciones del suelo, SAM, etc)
- Rol de la MJO en el desempeño de los pronósticos subestacionales
- Fuente de los errores de los modelos
- Ventanas de oportunidad
- Impacto del tipo de ensamble utilizado para pronosticar (burst vs lagged)

El volúmen de información disponible es muy grande y los recursos humanos y computacionales son limitados. Las iniciativas colectivas pueden ayudar a atacar parcialmente este problema.

Audio Settings

Chat Raise Hand QA

Leave

# A propósito de nada... internet

## PhD position in “Data driven turbulence modelling for aerodynamic design in Formula 1”

Published 5 Nov  
Deadline 11 Dec  
Location Delft



*Challenge: Development of highly accurate turbulence models using machine-learning.*

*Change: Revolution in modelling in engineering with physics-informed data-driven models.*

*Impact: Rapid development and improvement of aerodynamic designs and devices.*

### JOB DESCRIPTION

Designing performant aerodynamics devices requires a deep and subtle understanding of complex flows. In Grand Prix racing, this is provided by a combination of wind-tunnel experiments, on track-testing, and computational methods. The latter are typically Reynolds-averaged Navier-Stokes simulations, and are by far the most rapid, convenient and inexpensive method for analysis and design, but can suffer from

> Apply now  
(11 days remaining)



### Specifications

- 🎓 PhD
- 🏗️ Engineering
- 🕒 36–40 hours per week
- € €2434–€3111 per month
- 🎓 University graduate
- # TUD01657

### Employer



Delft University of Technology (TU Delft)

Received: 21 October 2020 | Revised: 20 January 2021 | Accepted: 25 January 2021 | Published on: 4 March 2021

DOI: 10.1002/gamm.202100002

ORIGINAL PAPER



## **A perspective on machine learning methods in turbulence modeling**

**Andrea Beck<sup>1</sup> | Marius Kurz<sup>2</sup>**

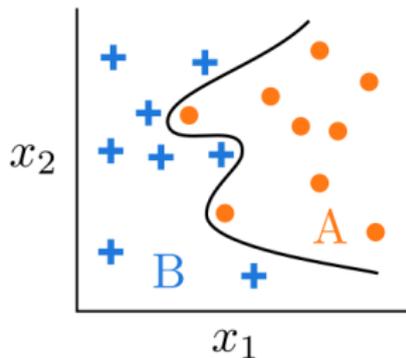
- Otro review enfocado a modelos de turbulencia, con una descripción amigable de varios métodos de ML

- Proponen una definición de ML:

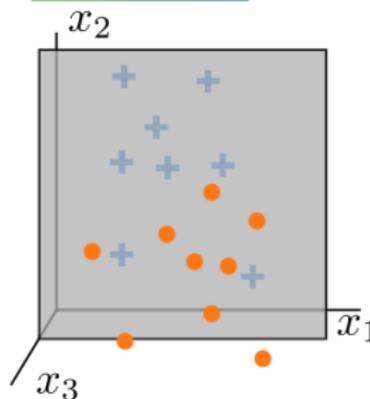
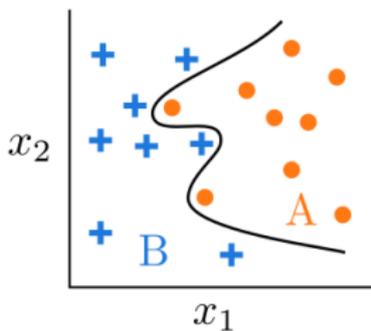
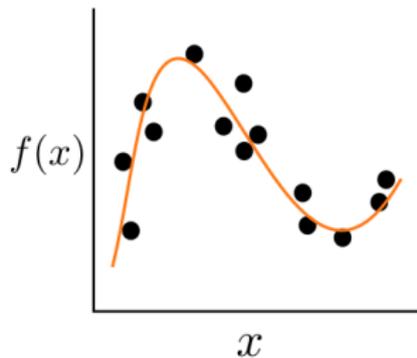
ML is a subfield of AI. It can be defined as a set of methods and algorithms for estimating the relationship between some inputs and outputs with the help of a number of trainable parameters. The learning of these parameters, that is, their optimization with respect to a given metric, is achieved in an iterative manner by comparing the model predictions against ground truth data or evaluation of the model performance.

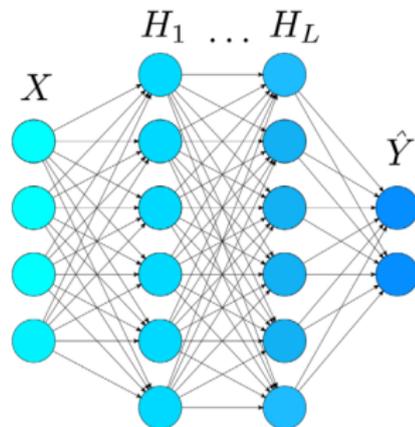
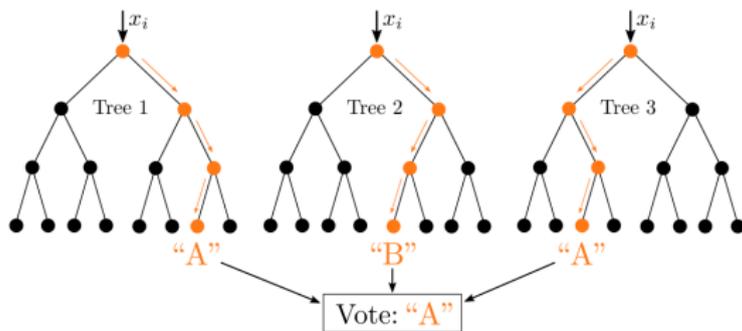
- Modelos de turbulencia vienen del problema de clausura, pero este se complejiza al considerar los efectos de los métodos numéricos
- El paper ahonda en los desafíos y oportunidades de ML en modelos de turbulencia

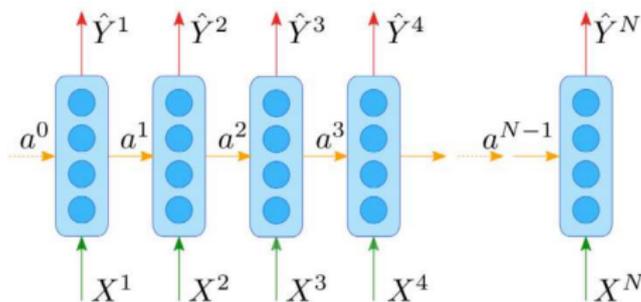
## Classification



## Regression

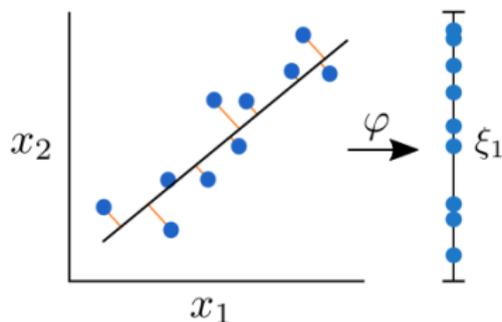
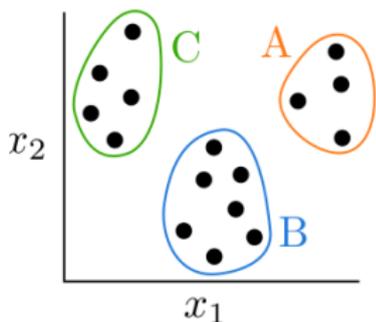


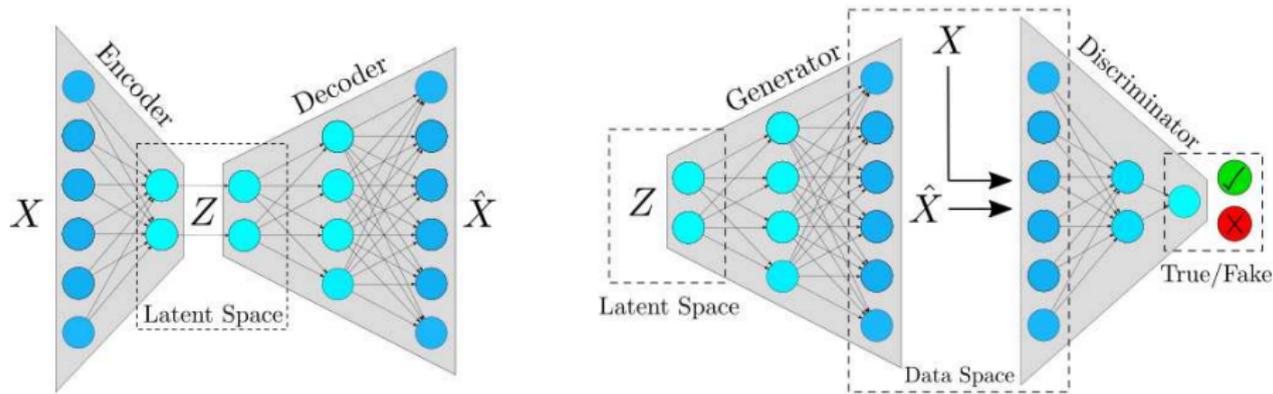




Clustering

Dimensionality Reduction





# Qué se está publicando?

PHYSICAL REVIEW FLUIDS

Highlights Recent Accepted Collections Authors Referees Search Press About Staff

Access by Universidad de Chile [Go Mobile](#)

## Physics-informed machine learning approach for augmenting turbulence models: A comprehensive framework

Jin-Long Wu, Heng Xiao, and Eric Paterson  
Phys. Rev. Fluids **3**, 074602 – Published 10 July 2018

3

[Twitter](#) [Facebook](#) [Share](#) [More](#)

Article References Citing Articles (113) [PDF](#) [HTML](#) [Export Citation](#)

- Mejora de modelos de turbulencia con machine learning
- "Physics-informed": algo con sentido físico en contraste con mucho ML que no lo tiene

- Mejora de métodos de turbulencia: aproximaciones data-driven que calibran los parámetros no son generalizables a otros flujos
- Trabajos posteriores trataron de mejorar esto pasando de espacio físico a “espacio de características del flujo medio”
- Duraysamy usa variables normalizadas del flujo como input y predice un factor para corregir Spalart-Allmaras, logrando una buena generalización en perfiles alares
- Ling prueba la utilidad de usar invariantes de tensores como input para predecir esfuerzos de Reynolds con deep learning
- Aunque las predicciones de esfuerzos de Reynolds iban bien, la predicción del flujo medio con RANS tenía grandes errores: “errores de propagación”
- Weatheritt y Sandberg usaron otra aproximación donde usaron ML para obtener una expresión algebraica de los esfuerzos de Reynolds

- Este trabajo: separa los esfuerzos de Reynolds en dos términos: lineal + no lineal y los entrena por separado
- Cuál es la parte lineal? Reescriben usando la parte anisotrópica

$$\begin{aligned} \mathbf{b}(\mathbf{S}, \boldsymbol{\Omega}) &= \sum_{n=1}^{10} G^{(n)} \mathcal{T}^{(n)} \\ &= G^{(1)} \mathbf{S} + G^{(2)} (\mathbf{S} \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega} \mathbf{S}) + G^{(3)} (\mathbf{S}^2 - \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{S}^2) \mathbf{I}) + G^{(4)} (\boldsymbol{\Omega}^2 - \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\Omega}^2) \mathbf{I}) + \dots, \end{aligned}$$

- Esta descomposición tiene supuestos que la hace despreciar posibles efectos de  $p$  y  $k$
- Lo que queda es:  $\mathbf{b} = \nu_t^L \mathbf{S} + \mathbf{b}^\perp$
- La parte lineal es usualmente la dominante en flujos de ingeniería a altos  $Re$  (por eso los modelos de eddy viscosity funcionan bien), la parte no lineal puede dominar en partes más complejas del flujo. En resumen, esta descomposición sigue un argumento físico

- Qué variables pasar como inputs? Usualmente no hay una selección sistemática, así que tratan de hacer una
- Inicialmente, consideran las físicas despreciadas en la expansión anterior, proponiendo

$$\boldsymbol{\tau} = g(\mathbf{S}, \boldsymbol{\Omega}, \nabla p, \nabla k)$$

Normalized raw input $\hat{\alpha}$	Description	Raw input $\alpha$	Normalization factor $\beta$
$\hat{\mathbf{S}}$	strain-rate tensor	$\mathbf{S}$	$\frac{\varepsilon}{k}$
$\hat{\boldsymbol{\Omega}}$	rotation-rate tensor	$\boldsymbol{\Omega}$	$\ \boldsymbol{\Omega}\ $
$\widehat{\nabla p}$	pressure gradient	$\nabla p$	$\rho  DU/Dt $
$\widehat{\nabla k}$	TKE gradient	$\nabla k$	$\frac{\varepsilon}{\sqrt{k}}$

- Importante en técnicas que mezclan datos / variables: normalizar adecuadamente!  $\hat{x} \in [-1, 1]$

- Tres variables adicionales por su importancia física:

Feature $q_\beta$	Description	Raw feature $\widehat{q}_\beta$	Normalization factor $q_\beta^*$
$q_1$	wall-distance based Reynolds number	$\min\left(\frac{\sqrt{k}d}{50\nu}, 2\right)$	
$q_2$	turbulence intensity	$\frac{k}{\varepsilon}$	$v\ \mathbf{S}\ $
$q_3$	ratio of turbulent timescale to mean strain timescale	$\frac{k}{\varepsilon}$	$\frac{1}{\ \mathbf{S}\ }$

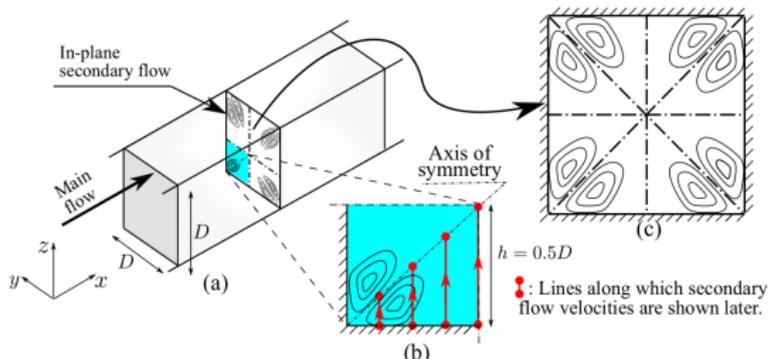
- Base invariante de los 5 tensores crea 47 variables + 3 adicionales: 50

$(n_S, n_A)$	Feature index	Invariant bases
(1, 0)	1–2	$\widehat{S}^2, \widehat{S}^3$
(0, 1)	3–5	$\widehat{\Omega}^2, \widehat{A}_p^2, \widehat{A}_k^2$
(1, 1)	6–14	$\widehat{\Omega}^2\widehat{S}, \widehat{\Omega}^2\widehat{S}^2, \widehat{\Omega}^2\widehat{S}\widehat{\Omega}^2\widehat{S}^2,$ $\widehat{A}_p^2\widehat{S}, \widehat{A}_p^2\widehat{S}^2, \widehat{A}_p^2\widehat{S}\widehat{A}_p\widehat{S}^2,$ $\widehat{A}_k^2\widehat{S}, \widehat{A}_k^2\widehat{S}^2, \widehat{A}_k^2\widehat{S}\widehat{A}_k\widehat{S}^2$
(0, 2)	15–17	$\widehat{\Omega}\widehat{A}_p, \widehat{A}_p\widehat{A}_k, \widehat{\Omega}\widehat{A}_k$
(1, 2)	18–41	$\widehat{\Omega}\widehat{A}_p\widehat{S}, \widehat{\Omega}\widehat{A}_p\widehat{S}^2, \widehat{\Omega}^2\widehat{A}_p\widehat{S}^*, \widehat{\Omega}^2\widehat{A}_p\widehat{S}^2\widehat{S}^*, \widehat{\Omega}^2\widehat{S}\widehat{A}_p\widehat{S}^2\widehat{S}^*,$ $\widehat{\Omega}\widehat{A}_k\widehat{S}, \widehat{\Omega}\widehat{A}_k\widehat{S}^2, \widehat{\Omega}^2\widehat{A}_k\widehat{S}^*, \widehat{\Omega}^2\widehat{A}_k\widehat{S}^2\widehat{S}^*, \widehat{\Omega}^2\widehat{S}\widehat{A}_k\widehat{S}^2\widehat{S}^*,$ $\widehat{A}_p\widehat{A}_k\widehat{S}, \widehat{A}_p\widehat{A}_k\widehat{S}^2, \widehat{A}_p^2\widehat{A}_k\widehat{S}^*, \widehat{A}_p^2\widehat{A}_k\widehat{S}^2\widehat{S}^*, \widehat{A}_p^2\widehat{S}\widehat{A}_k\widehat{S}^2\widehat{S}^*$
(0, 3)	42	$\widehat{\Omega}\widehat{A}_p\widehat{A}_k$
(1, 3)	43–47	$\widehat{\Omega}\widehat{A}_p\widehat{A}_k\widehat{S}, \widehat{\Omega}\widehat{A}_k\widehat{A}_p\widehat{S}, \widehat{\Omega}\widehat{A}_p\widehat{A}_k\widehat{S}^2, \widehat{\Omega}\widehat{A}_k\widehat{A}_p\widehat{S}^2, \widehat{\Omega}\widehat{A}_p\widehat{S}\widehat{A}_3\widehat{S}^2$

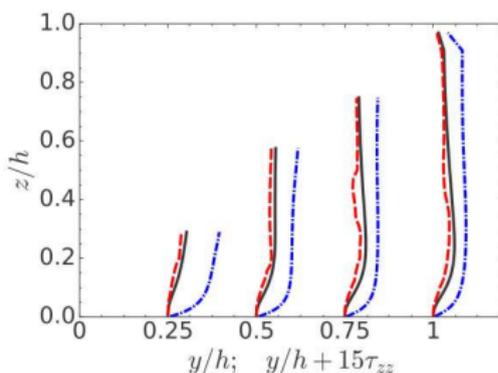
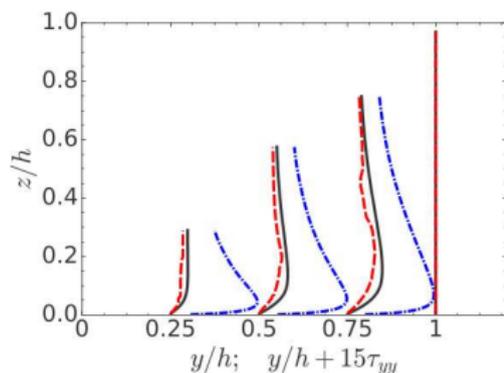
- Entrenamiento cuida la descomposición (L+NL) al optimizar

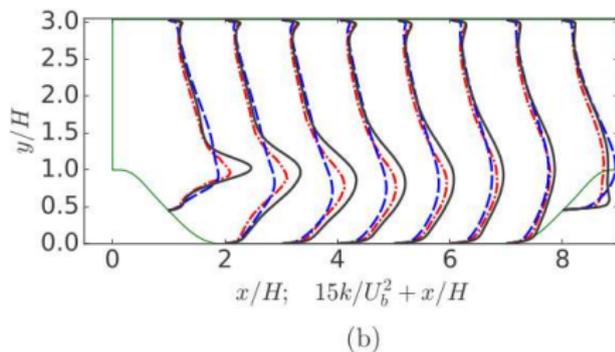
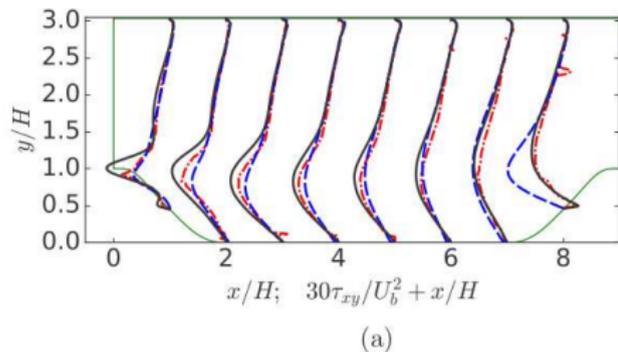
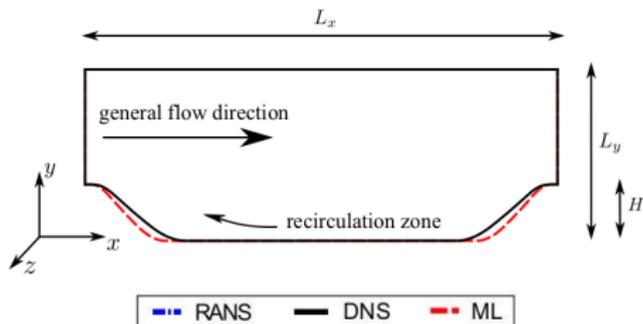
$$v_t^L = \arg \min_{v_t} \|\mathbf{b} - v_t \mathbf{S}\|,$$

- Y cuál sería el output? La idea es que sea generalizado (e independiente de transformaciones espaciales)
- Valores propios de  $\mathbf{b}$  en un sistema transformado para reconstruir los esfuerzos de Reynolds
- Las discrepancias  $\Delta \boldsymbol{\tau}$  también son parte del output
- Método ML: regresión con random forests (detalles en paper y github)
- Test: ducto cuadrado (a otro  $Re$ ) y cerros periódicos (con un cambio en la geometría)



—•— RANS   
 — DNS   
 - - - ML





xiaoh / turbulence-modeling-PIML Public

Notifications

Star

60

Fork

41

<> Code Issues Pull requests Actions Projects Wiki Security Insights

master

1 branch 0 tags

Go to file

Code

xiaoh fixed DOI for Wu et al. 2018, PRF daa2c7b on Mar 20, 2019 23 commits

database/pehill	Added the random forests codes to predict and plot Reynolds stress ...	4 years ago
figs	Modified documentation in notebook	4 years ago
README.asciidoc	fixed DOI for Wu et al. 2018, PRF	3 years ago
regressionSolver.html	improved plotting	4 years ago
regressionSolver.ipynb	improved plotting	4 years ago
regressionSolver.py	improved plotting	4 years ago

README.asciidoc

## Data-driven Reynolds stress modeling with physics-informed machine learning

Jinlong Wu, Carlos Michelén-Ströfer, Jianxun Wang, Heng Xiao

A complex physical system characterized by a wide range of temporal and spatial scales, turbulence is among the

### About

Data-driven Reynolds stress modeling with physics-informed machine learning

[www.aoe.vt.edu/people/faculty/xiaoh...](http://www.aoe.vt.edu/people/faculty/xiaoh...)

Readme

### Releases

No releases published

### Packages

No packages published

### Contributors 2

xiaoh Heng Xiao

jinlong83 Jinlong Wu

*J. Fluid Mech.* (2016), vol. 807, pp. 155–166. © Cambridge University Press 2016. This is a work of 155 the U.S. Government and is not subject to copyright protection in the United States.  
doi:10.1017/jfm.2016.615

## Reynolds averaged turbulence modelling using deep neural networks with embedded invariance

Julia Ling<sup>1,†</sup>, Andrew Kurzawski<sup>2</sup> and Jeremy Templeton<sup>1</sup>

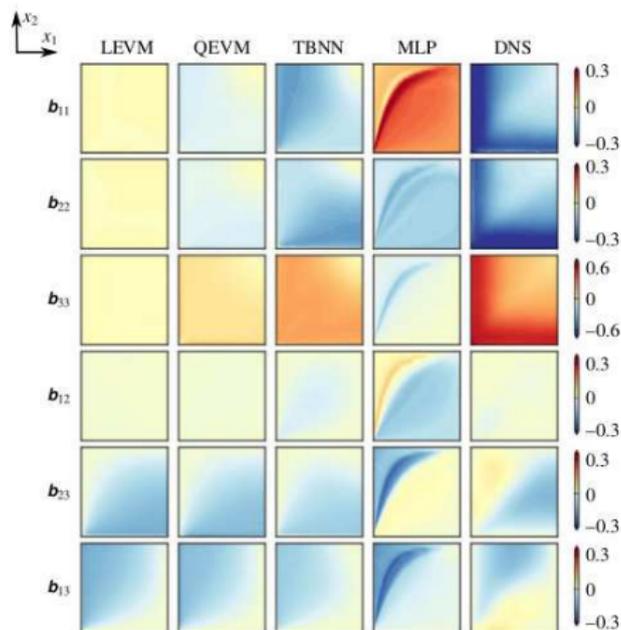
<sup>1</sup>Thermal/Fluids Science and Engineering Department, Sandia National Labs, Livermore, CA 94550, USA

<sup>2</sup>Mechanical Engineering Department, University of Texas at Austin, Austin, TX 78712, USA

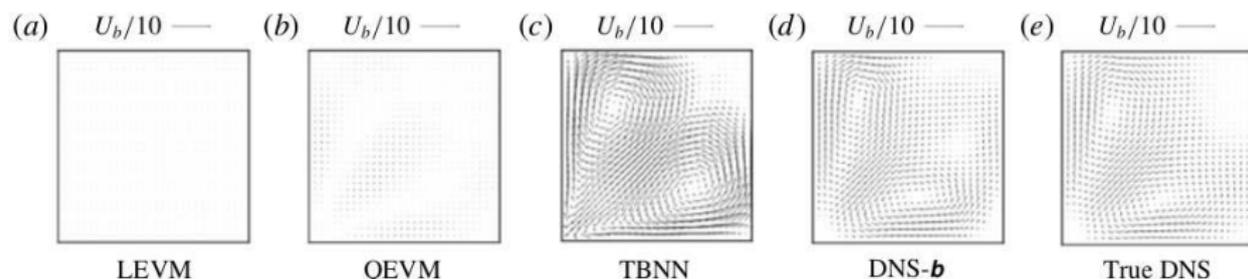
(Received 2 August 2016; revised 14 September 2016; accepted 16 September 2016;  
first published online 18 October 2016)

- Entrena modelo de turbulencia con un método deep learning invariante
- También busca modelar la parte anisotrópica de los esfuerzos de Reynolds

- Uso de deep learning en parte porque la arquitectura es más flexible, los random forests no permiten mucha modificación
- Así, es posible embedir lo de las invariantes a la ANN: tensor basis neural network (TBNN). De no hacerlo así, tendrían que trabajar full invariantes y hacer la transformación afuera (Como el otro paper)
- Inputs:  $\mathbf{S}, R, k, \varepsilon$
- Output: Tensor anisotrópico  $b$
- Comparan la TBNN con una MLP (estándar)
- Test: 9 flujos, incluyendo ducto cuadrado



- Predicciones para el ducto cuadrado (cuadrante inferior izquierdo)
- A TBNN le va mejor... y qué pasa con la propagación?



- La predicción de velocidad de TBNN es mejor que EV pero sobreestima al comparar con DNS-b
- DNS-b es correr RANS pero pasarle los  $b$  del DNS (los reales), representa lo mejor que se podría hacer con RANS
- Todavía se puede mejorar

## Machine-Learning-Augmented Predictive Modeling of Turbulent Separated Flows over Airfoils

Anand Pratap Singh, Shivaji Medida and Karthik Duraisamy

Published Online: 27 Apr 2017 • <https://doi.org/10.2514/1.J055595>

 View Full Text

 PDF

 PDF Plus

 Tools

 Share

Figures References Related Details



- *Inverse modeling*: aprender el error de un EVM (Spalart-Allmaras) aplicado a alas de avión
- Aprendizaje con ANN, input incluye viscosidad, distancia de la pared, muy específico para capturar la separación
- Aprendizaje con diferentes perfiles, resultados en función de parámetros aerodinámicos:  $C_p$ ,  $C_D$ ,  $C_L$

## scientific **data**

[Explore content](#) ▾ [About the journal](#) ▾ [Publish with us](#) ▾

[nature](#) > [scientific data](#) > [data descriptors](#) > [article](#)

Data Descriptor | [Open Access](#) | [Published: 30 September 2021](#)

### **A curated dataset for data-driven turbulence modelling**

[Ryley McConkey](#) , [Eugene Yee](#) & [Fue-Sang Lien](#)

*Scientific Data* **8**, Article number: 255 (2021) | [Cite this article](#)

**1130** Accesses | **6** Altmetric | [Metrics](#)

- Set de datos para mejorar modelos de turbulencia con RANS (disponible en Kaggle)

The screenshot shows the Kaggle interface. On the left is a navigation sidebar with options: Create, Home, Competitions, Datasets (highlighted), Code, Discussions, Courses, and More. The main content area features a search bar at the top. Below it is a dataset card for 'Turbulence modelling using machine learning' by Ryley McConkey, updated 2 months ago (Version 3). The card includes a 'Download (14 GB)' button and a 'New Notebook' button. Below the card, it shows 'Usability 8.1', 'License Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)', and 'Tags: business, computer science, tabular data, deep learning, regression and 2 more'.

- Datos subidos a Kaggle (se pueden hacer notebooks de python directamente ahí)

Inputs		Outputs
Present work	Previous work	
Numerical settings (e.g. schemes, grids) for generating coarsely-resolved flow fields	Highly-resolved flow fields, suitable for use as “truth” values in machine learning	<p>A set of <b>features</b> and <b>labels</b> for developing models which map the coarse variables to highly-resolved variables</p> <p><b>Features:</b> Coarsely-resolved flow fields with curated machine learning input features</p> <p><b>Labels:</b> Highly-resolved flow fields, mapped onto the coarse grid, with curated machine learning labels</p>

**Table 1.** Inputs and outputs of the present study.

Flow case	Ref.	$Re_L$	Dim.	Num. cases	Parameter
Periodic hills	<sup>21</sup>	5,600	2D	5	Steepness
Square duct	<sup>28</sup>	1,100–3,500	3D	16	$Re$
Parametric bump	<sup>29</sup>	13,260–27,850	2D	5	Bump height
Converging-diverging channel	<sup>30,32</sup>	12,600–20,580	2D	2	$Re$
Curved backward-facing step	<sup>33</sup>	13,700	2D	1	—

**Table 2.** Cases in the dataset.  $Re_L$  is the Reynolds number based on the characteristic length and velocity scales shown in Figs. 1 to 7.

- Simulaciones en OpenFOAM, estado estacionario
- Dataset con casos de prueba típicos: cerros periódicos, ductos cuadrados, *lomos* paramétricos, canal convergente-divergente, escalón curvo
- Invariantes: traza de los tensores  $\nabla U, S, R, \nabla k, \nabla p...$  los datos son suficientes para crear 47 variantes como Wu et al.
- Gran recurso para jugar, aprender, o hacer investigación

# Nuevos métodos en turbulencia (III)

ME6010 - Introducción a la turbulencia

Mónica Zamora Z.

DIMEC, U. Chile

December 3, 2021

- Mejorando modelos de turbulencia con datos
- Beck and Kurz, 2021: Review de ML en modelos de turbulencia
- Wu et al., 2018: Modelar  $\tau_{ij}^R = L + NL$  con datos, problema de propagación, problema de sistema ref. invariante, ML con random forest
- Ling et al., 2016: Modelar  $\tau_{ij}^R$  con datos, sistema ref. invariante embedido en el método de ML con ANN
- Singh et al., 2017: ML para inverse modeling (aprender el error)
- McConkey et al., 2021: Dataset para mejorar modelos de turbulencia (disponible en Kaggle)
- Hoy: métodos aplicados a vórtices y estructuras coherentes

# Qué se está publicando?



**Journal of Turbulence** >  
Volume 21, 2020 - Issue 9-10: The machine learning: Guest edited by Federico Toschi

Enter keywords, authors, D

[Submit an article](#) [Journal homepage](#)

Articles

## A perspective on machine learning in turbulent flows

Sandeep Pandey, Jörg Schumacher  & Katepalli R. Sreenivasan 

Pages 567-584 | Received 10 Jan 2020, Accepted 03 Apr 2020, Published online: 24 Apr 2020

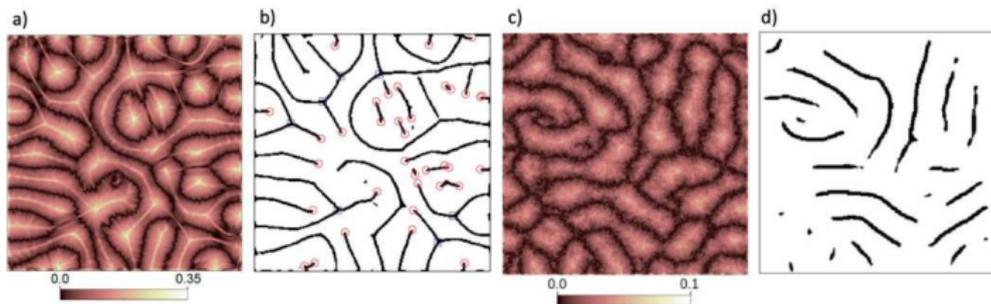
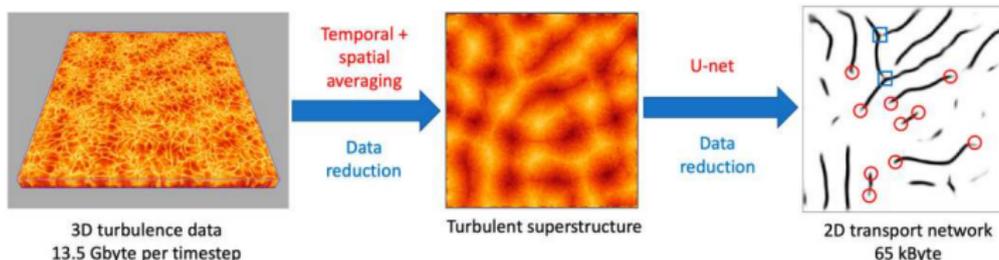
865 Views  
15 CrossRef citations to date  
0

[Download citation](#) <https://doi.org/10.1080/14685248.2020.1757685> [Check for updates](#)

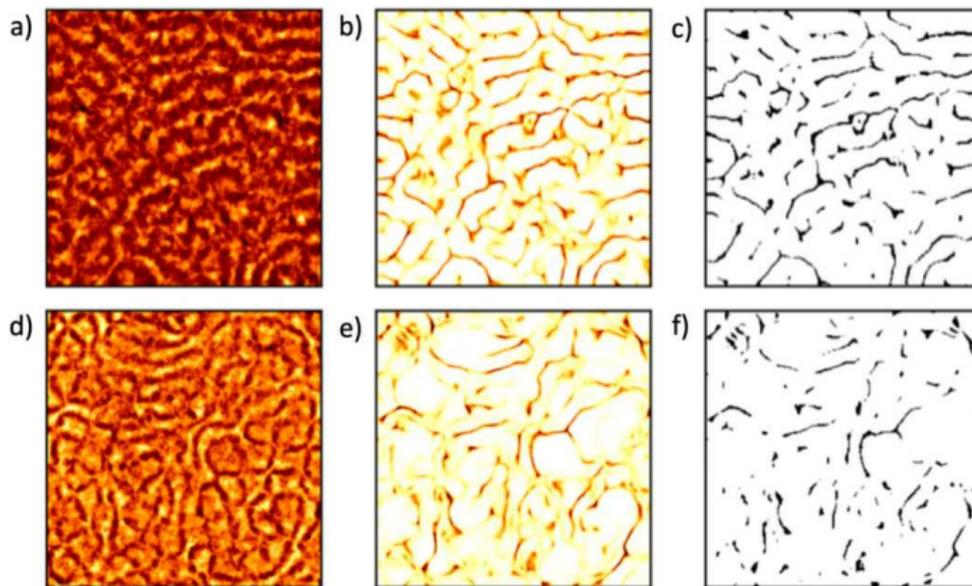
- Otro review... lo pongo porque pone algunos temas adicionales
- En turbulencia exploramos para tratar de identificar patrones: tanto geométricos o espaciales como estadísticos
- Entender patrones nos ayuda a entender la física, para lo que ML puede ayudar

- Turbulencia aún tiene muchas cosas por develar (con ML?):
  - Leyes de teoría clásica pueden ser exploradas en más problemas
  - No sería sorprendente descubrir nuevas leyes estadísticas (ej: charla de Jose)
  - Modelos de clausura: usualmente nos quedamos con correlaciones sencillas, pero podemos profundizar a mayores órdenes
  - Link entre geometrías, estadísticas, espectros
- Revisan algunos trabajos propios..
- Trayectorias lagrangianas en convección turbulenta: ML para clustering (agrupar) en espacio espectral para entender la evolución de partículas de fluido
- Componen una “red” de trayectorias y cómo éstas se conectan con la organización de grandes escalas (superestructuras de convección)

- Conexiones entre partículas usando grafos para cada  $t$
- Aprendizaje de la dinámica de partículas usando trayectorias mediante estos grafos, con coeficientes que se calibran
- La red luego se descompone en  $k$  subgrafos o clusters, que representan diferentes patrones de flujo convectivo
- Detalles técnicos: dominio cartesiano 3D a un plano 2D con una DCNN que reduce dimensionalidad, identificación de puntos calientes (mayor flujo de calor)
- Resultados físicos: mayor  $Ra$  lleva a una menor fracción de calor transportada por las superestructuras / mayor transporte por las pequeñas escalas



**Figure 2.** Symmetrized temperature  $\Theta(x, y)$  as input (a,c) and ridge network as output (b,d) of the U-net, for Rayleigh numbers  $Ra = 10^5$  in (a,b) and  $10^7$  in (c,d). All data are for a Prandtl number  $Pr = 7$ . For the lowest Rayleigh number, we highlighted the defect points; open circles show wedge points at the end of a ridge and squares show trisector points. Input data to the U-net is the symmetrised temperature field in the midplane, given by  $\Theta(x, y) = |T(x, y, z = 1/2) - 1/2|$ , as shown in panels (a) and (c).



**Figure 3.** Ridge extraction for data at different Prandtl numbers. (a)  $Pr = 0.7$  and (d)  $Pr = 0.021$ . Panels (b) and (e) show the direct U-net output, and panels (c) and (f) the conversion into binary files. Both data records were obtained for  $Ra = 10^5$  and aspect ratio of 25:25:1.

- Por qué estudiar estructuras o patrones dinámicos de éstas en flujos?
- Históricamente se ha propuesto que son éstas las que dominan el transporte (de momentum, calor, etc)
- Sin embargo, este supuesto no se ha comprobado en muchos flujos, para entender no solo si es cierto, sino que también cómo cambios en su dinámica (no todos los problemas ocurren en estado estacionario) modifican el supuesto
- ML ofrece una manera de sistematizar y expandir este tipo de estudios

Article

## Tracking Turbulent Coherent Structures by Means of Neural Networks

Jose J. Aguilar-Fuertes <sup>†</sup>, Francisco Noguero-Rodríguez <sup>†</sup>, José C. Jaen Ruiz <sup>†</sup> and Luis M. García-RAffi and Sergio Hoyas <sup>\*</sup>

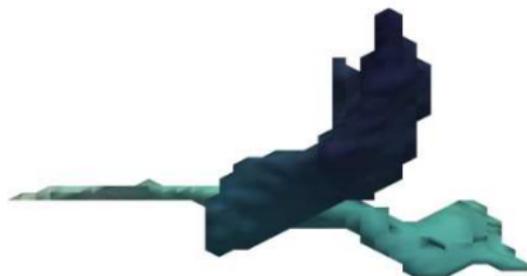
Instituto Universitario de Matemática Pura y Aplicada, Universitat Politècnica de València, 46022 València, Spain; joagfue@etsid.upv.es (J.J.A.-F.); franorod@etsid.upv.es (F.N.-R.); jojaerui@etsid.upv.es (J.C.J.R.); lmgarcia@mat.upv.es (L.M.G.-R.)

\* Correspondence: serhocal@mot.upv.es

† These authors contributed equally to this work.

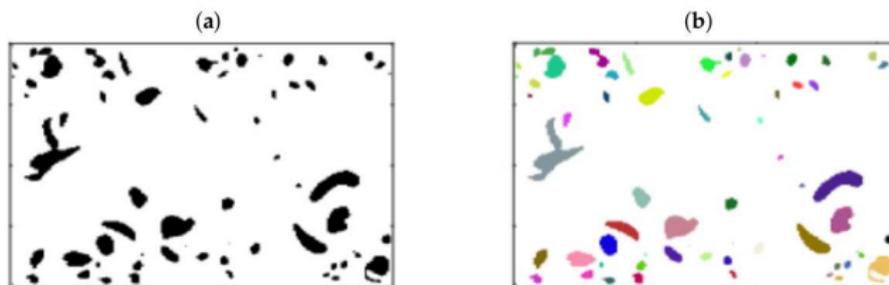
- Redes neuronales para seguir estructuras coherentes

- Idea: predecir las futuras estructuras coherentes (a.k.a. Q's, sweeps, ejections)
- Comparar dos arquitecturas de redes neuronales: MLP (multi layer perceptron) y LSTM (long short-term memory)
- En teoría clásica se han estudiado estructuras coherentes, pero sus interacciones son no lineales y complejas: problema abierto
- Foco en sweeps y ejections, que tienen altos esfuerzos de Reynolds y contribuyen a la transferencia de momentum



**Figure 1.** Representation of a sweep-ejection pair from a single DNS time step.

- Pero hay demasiadas estructuras en cada instante, ligarlas con el instante anterior es costoso: por eso se quiere probar ML
- Problema: flujo de canal, datos en DNS
- Identificación a partir de *thresholds* (parámetro mayor que un mínimo), luego separarlas en objetos diferentes. Existen métodos rápidos para esto

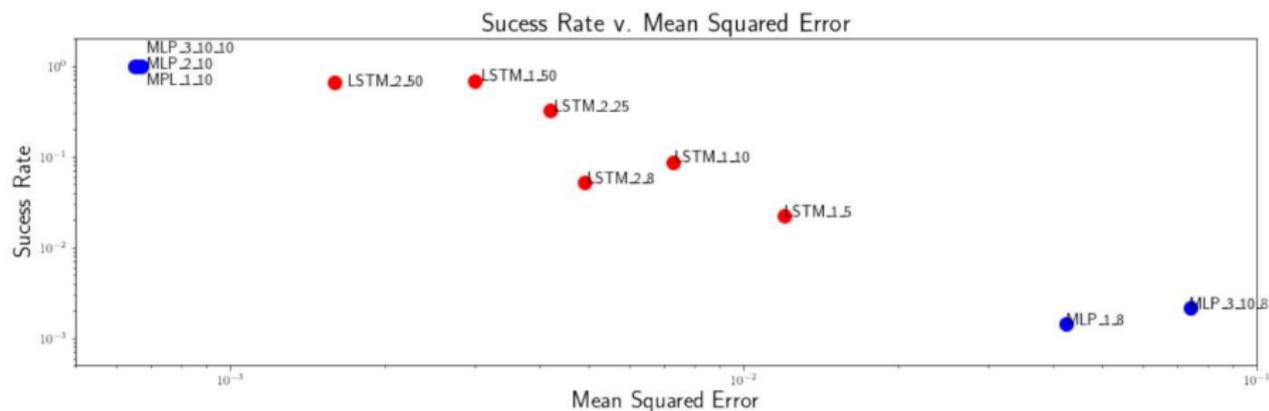


**Figure 3.** (a) Section of a slice of the fluid domain with all points fulfilling the criteria highlighted in black. (b) Coherent structures aggregated from the slice in (a), each filled in a different colour.



**Figure 5.** Representation of the shape and distance to the wall of an *ejection* through several steps of its lifetime.

- Tracking: dinámica temporal de la estructura. Hay métodos basados en “matching” y correlaciones, acá con ML... cómo le pasan info geométrica?
- Inputs/outputs: centro de masa, caja contenedora, volumen
- Evaluación del error con cada paso de tiempo obtenido en DNS
- Set de datos totales se divide en 70% entrenamiento, 20% validación, 10% testing



**Figure 10.** The success rate of the predictions of the different networks in a subset of 2000 sequences from the training data, and their Mean Squared Errors in the validation dataset.

- Estructuras con diferentes configuraciones: número de capas, número de neuronas por capa
- Errores / precisión son sensibles a la configuración
- Se puede ahondar más en qué cosas se predicen bien (o mal)





J Vis (2020) 23:459–474  
<https://doi.org/10.1007/s12650-020-00636-z>



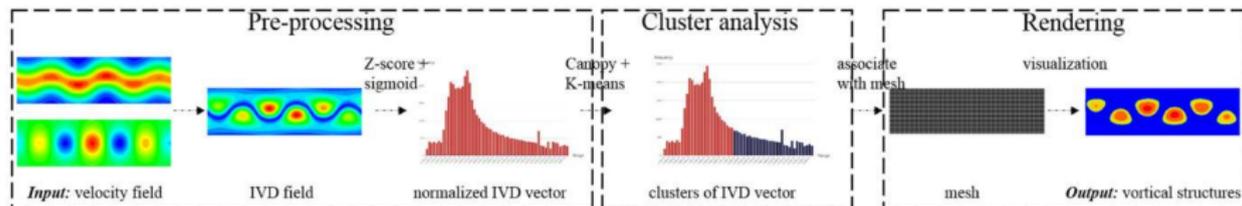
REGULAR PAPER

Liang Deng · Yueqing Wang · Cheng Chen · Yang Liu · Fang Wang · Jie Liu

## A clustering-based approach to vortex extraction

- Identificación de vórtices con ML
- Múltiples criterios existentes para métodos locales:  $Q$ ,  $\Delta$ ,  $\lambda_2$ , etc: dependen de un *threshold*, intensidad de cada método está ligado al flujo estudiado
- Existen también métodos globales: formas elípticas, OECS, IVD (Instantaneous Vorticity Deviation), también tienen defectos... por lo que hay métodos híbridos. Es un tema amplio

- Propuesta: método basado en clustering
- Han habido trabajos con DL, CNN, que parecen ser más robustos que los métodos tradicionales
- Métodos no supervisados pueden ser el camino: no requieren parámetros dados por quien modela, por esto se propone usar k-means... pero necesitan trabajar los datos primero
- Resultados son sensibles al número de clusters



**Fig. 1** Stages of our proposed method. To ease understanding all diagrams are illustrated in two-dimension

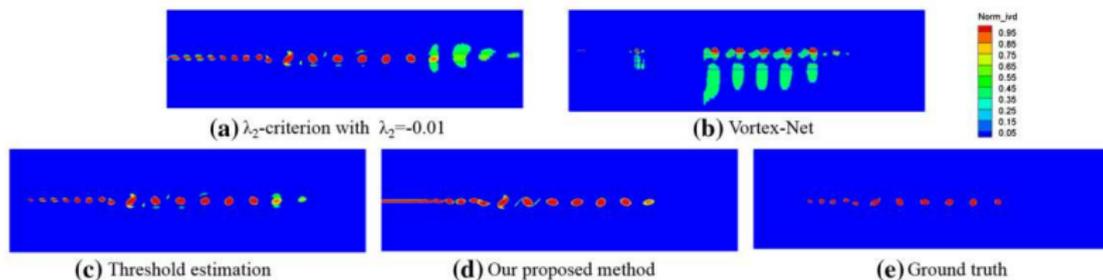


Fig. 6 Visual results for different methods in the temporal mixing layer dataset

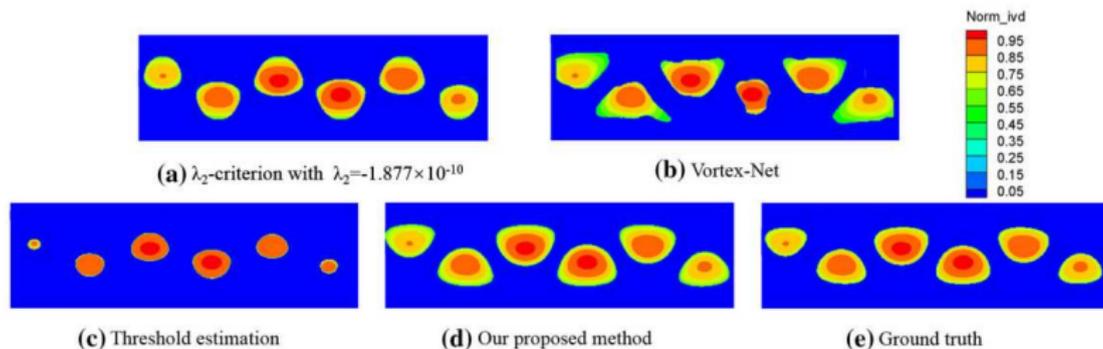


Fig. 7 Visual results for different methods in the Bicklet jet dataset

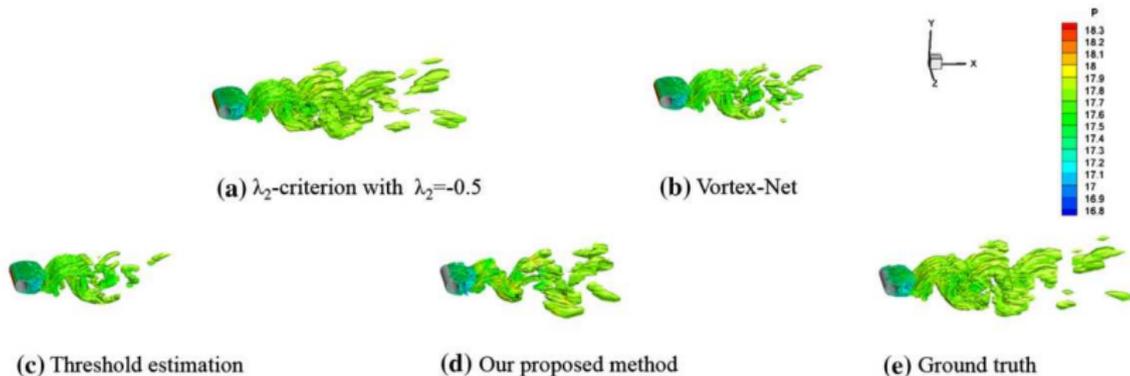
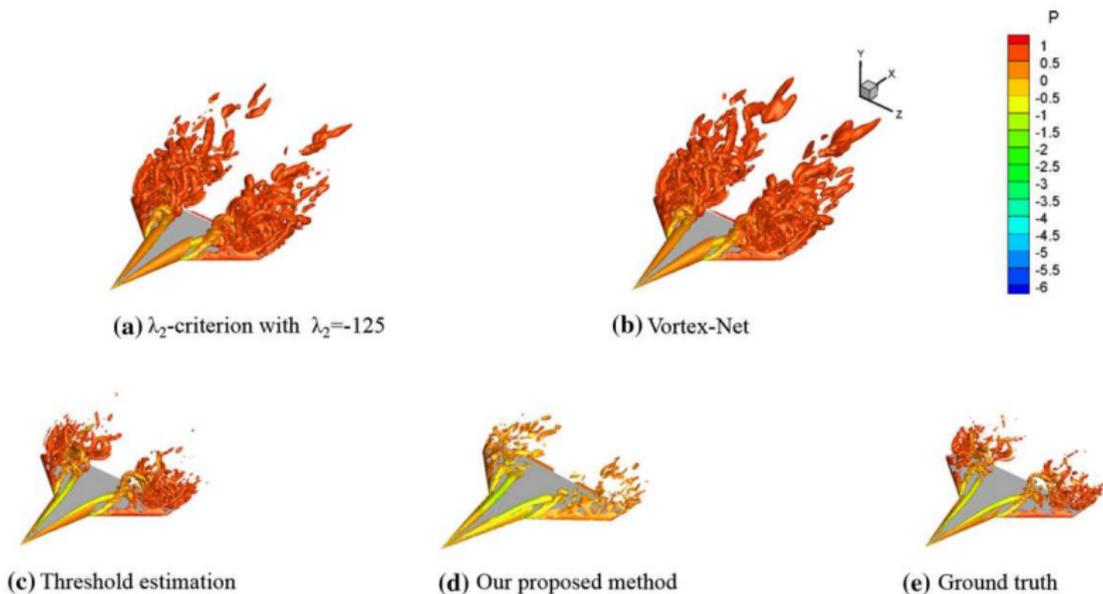


Fig. 9 Visual results for different methods in the cylinder dataset



**Fig. 10** Visual results for different methods in the double-delta wing dataset

- ML ofrece alternativas interesantes para identificar y aprender la dinámica de estructuras coherentes y vórtices
- Datos deben ser simplificados (reducción de dimensiones)
- Permite aprender la dinámica de forma simplificada
- Pierde efectos que determinan otros detalles de las estructuras
- Dependiendo de la pregunta científica que hagamos, esto puede ser bueno o malo
- Hay múltiples técnicas de computer vision (CV) para hacer enlaces entre “imágenes” y ML (OpenCV)

# Cerrando este capítulo

- Grandes potenciales de mejora con big data: tiempos y precisión de simulaciones, modelos de turbulencia, dinámica de estructuras
- Vistazo por encima a diferentes técnicas que se utilizan (sin meternos en los detalles)
- Ideas de cómo se implementan:
  - Para reemplazar todo N-S (espacial o espectral)
  - Para ayudar a algún término de N-S
  - Para mejorar modelos de turbulencia
  - Para ayudar a comprender la física
- Desafíos y dificultades: generalización a otros problemas y  $Re$ , métodos invariantes al sistema de referencia, independencia de la malla, validación y errores de métodos ML
- Los datos no lo son todo: entender lo que se está haciendo y la física antes de implementar técnicas de ML

# Cerrando este curso

- Lo logramos! (pasar por todos los contenidos propuestos)
  - Turbulencia clásica
  - Modelos de turbulencia
  - Flujos no canónicos
  - Nuevos métodos en turbulencia
- No profundizamos en todo, pero tenemos(?) lenguaje suficiente para explorar en las profundidades con confianza
- Base teórica (turbulencia clásica) abordando todos los conceptos clave
- Barrido diverso para conocer técnicas flexibles (no solo turbulencia)
- Espero que el curso les haya servido para mantener o aumentar su cariño por turbulencia y fluidos (y no al revés)
- Habrá una encuesta para evaluar el curso, ver qué otros contenidos les habría gustado ver, si las evaluaciones son mejorables, etc.
- Gracias por compartir y participar. Buena suerte en el futuro!